Digitized by the Internet Archive
in 2018 with funding from
Wellcome Library

https://archive.org/details/b30415937

SUPPLEMENTUM PHYSICUM,

Sive

Addenda & Corrigenda

In prima editione, Tomi Primi, Libri editi Lugd. Bat. anno MDCCXXI.

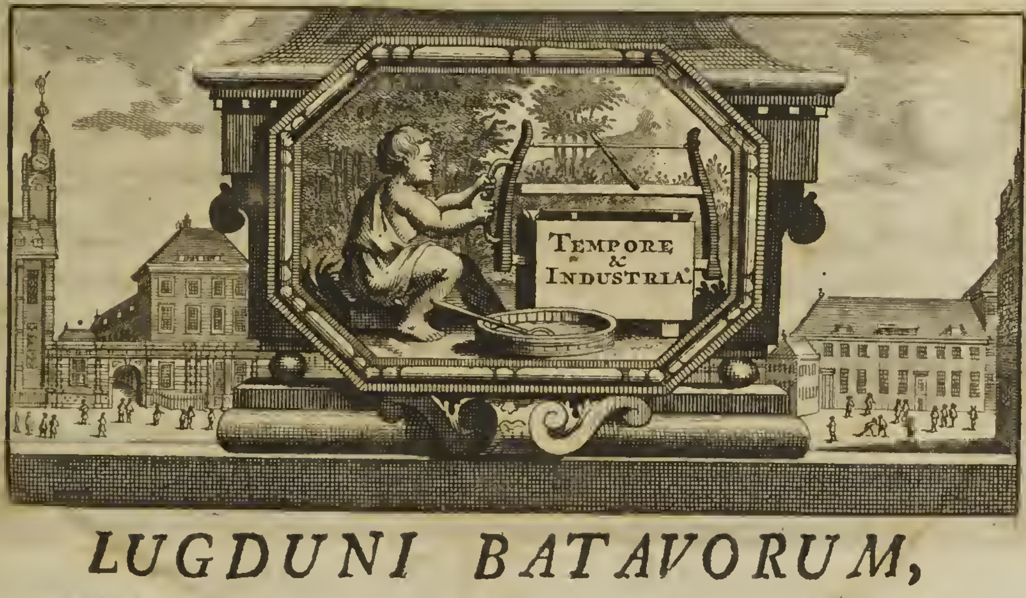
cui Titulus

PHYSICES ELEMENTA MATHEMATICA, Experimentis confirmata, ſive Introductio ad Philoſophiam NEWTONIANAM.

Auctore

GULIELMO JACOBO 's GRAVESANDE,

A. L. M., *Jur. Utr. & Phil. Doctore, Regiæ Societ. Lond. Socio, Aſtron. & Math. in Acad. Lugd. Bat. Profeſſore ordinario.*



LUGDUNI BATAVORUM,

Apud PETRUM VANDER Aa,

Typographum Academiæ atque Civitatis.

MDCC XXV.

Cum Privilegio Præpotent. Ordd. Hollandiæ & Weſt-Friſiæ.

WELLCOME
HISTORICAL
MEDICAL
LIBRARY

MONITUM
de Secunda Editione, & hoc Supplemento.

CUm primùm ad Elementa Phyſices conſcribenda animum applicarem, hoc mihi fuit propoſitum, ut auditores, quæ fuſius explicata audiviſſent, & demonſtrata vidiſſent, illa facile in memoriam revocare poſſent. Etiam, ut lectoribus, quibus prima tantum Geometriæ elementa nota eſſent, ideam darem Philoſophiæ Naturalis Mathematicâ Methodo tractatæ. Cùmque, ut tironibus præcipuè liber utilis eſſet, difficiliora omnia intacta relinquerem, ſæpe propoſitiones indicavi, de quibus tantum monui, has à Geometris probari.

Ut autem ſecunda eorundem Elementorum editio, & lectoribus magis in Mathematicis verſatis, uſui eſſet, propoſitiones tales omnes, in capite quocunque indicatas, Mathematicè demonſtratas in ſcholiis, capitibus ſubjunctis, adjeci. Et ne hæc lectores alios turbarent, ipſa minore charactere imprimi curavi. Omnia tamen ita diſpoſui, ut illa ſola, quæ majore charactere edita ſunt, ſeparatum quaſi opus conſtituant.

In ſcholiis etiam alia quædam tradidi, quæ in ipſo opere commode tractari non potuere, quamvis cum explicatis relationem habeant, aut ad hæc illuſtranda inſerviant.

Secunda hæc editio, & aliis reſpectibus, eſt auctior & magis accurata.

Novæ multæ Machinæ, & antiquæ emendatæ, in hujus tabulis exhibentur, & Experimenta, ipſorum-

que ſucceſſus, in hac majori cum curâ exponuntur.

Novam etiam noſtram Percuſſionis Theoriam, *quæ LEIBNITZIANAM, quam & HUGENIANAM dicere auſim, de viribus inſitis doctrinam pro fundamento habet, hîc plenius explicatam, noviſque variis experimentis fulcitam, & illuſtratam, tradimus.*

Non animus unquam mihi fuit, nec adhucdum eſt, cum ullo, utcunque provocatus, in arenam deſcendere, ut de veritate contendam. Quod mihi verum videtur, hoc, ubi datur occaſio, pro viribus defendo; & in his ut, quantum poſſem, omnem contentionis ſpeciem removerem, argumenta, quibus memoratæ Theoriæ inniti mihi videntur, ita proponere conatus ſum, ut reſponſa ad difficultates inde facile deduci queant, paucaſque tantum directe ſolvere ſuſcepi: lectorique dijudicandum relinquo, an non Virium, Percuſſionum, *ut &* Reſiſtentiarum, Retardationumque, *corporum in fluidis motorum, Theoriæ cum Phænomenis, & inter ſe, quàm exactiſſime conveniant.*

Noſtro labore quiſque pro arbitrio utatur, & ne nos ad reſpondendum objectionibus, quæ proponi poterunt, devinctos credat. Quamdiu illa pro veris habebimus quæ ſcripſimus, nos jure ſilere poſſe perſuaſum habemus.

Quamvis in multis, quæ ſpectant memoratas Theorias, à NEWTONIANA receſſerim ſententia, non tamen titulum Introductionis ad Philoſophiam Newtonianam *ſervare, & ſecundæ editioni ipſum inſcribere, ullo modo dubitavi. Varia enim in hac illuſtramus ex iis quæ ab eximio illo Philoſopho fuere tra-*

dita; & pleraque, quæ ibi explicamus, eo condúcunt, ut facilius intelligantur, à ſummis Philoſophis in perpetuum celebranda, & a nemine unquam ſine admiratione legenda, NEWTONI ſcripta Philoſophica.

Qui tantum ex Phænomenis, omni fictâ rejectâ hypotheſi, in Phyſicis ratiocinatur, &, quantum in ipſo eſt, caſte hanc methodum ſequitur, ille NEWTONI veſtigiis inſiſtere conatur, & merito NEWTONIANAM ſe ſectari Philoſophiam profitetur; non autem ille, qui in verba jurat magiſtri.

Ut autem augmenta, & emendationes, ſecundæ editionis, & illis, qui primam jam poſſident, inſervirent, ſupplementum hoc ſeparatum edi curavi: in quo, ut primæ editionis poſſeſſoribus utilis eſſem, præſtiti quod potui, non autem omne quod voluiſſem. In hoc dedi omnium machinarum novarum deſcriptiones, additamenta omnia, & propoſitiones mutatas. Non autem huic inſerere potui, machinarum correctiones; neque illa, quibus, quæ in prima editione continentur, aut illuſtrantur, aut clarius & magis accurate exprimuntur; ſupplementum omnibus partibus completum, lectori nimio fuiſſet labori, & ipſius pretium nimium excreviſſet.

Notandum, ubi s. ponitur poſt numerum in margine aut poſt TAB. agi de n. aut TAB. hujus ſupplementi. Si autem s. non detur agitur de numero aut TAB. ipſius operis. Hoc autem reſpectu octo primarum paginarum fuit neglectum; & in his TAB. I. indicat TAB. I. s. & TAB. II. deſignat TAB. I. ipſius operis.

In Capite de Viribus inſitis prætermiſſa ſunt quæ ſequuntur; lectorem ideo rogo ut hæc velit inſerere ad pag. 119. *poſt lin.* 26.

TAB XIX. fig. 1

Si corpus cujus extremitas conica eſt ut E B F bis, in diverſis ſuperficiei argillæ partibus, in hanc incurrat, velocitatibus quæ ſunt ut unum ad duo, cavitates erunt ut unum ad quatuor, ut ex ante dictis conſtat * & immediatè, cavitates menſurando, detegitur. Tempus autem in quo effectus hicce quadruplus editur majus eſt; ſed effectum etiam quadruplum eſſe, quamvis minori tempore vim ſuam corpus amittat, experimento ſequenti clarum eſt.

* 169. ſ. 186 ſ. 456. ſ.

EXPERIMENTUM 4.

Formatur ex ebore, aut ligno duriore, Cylindrus, qui ab una parte cono ut E B F terminatur, baſis oppoſita quatuor conis, omnino huic ſimilibus, obtegitur, qui ſinguli æqualiter prominent ita, ut planum, per quatuor vertices tranſiens, perpendiculare ſit ad axem cylindri; ſuſpenditur hicce ut ille, quo in præcedenti experimento uſi ſumus, & velocitate quacunque perpendiculariter in argillæ ſuperficiem incurrit, dum juxta directionem ad axim parallelam fertur, cono unico in argillam impingente.

Converſo nunc Cylindro, mutatoque pyxidis ſitu, velocitate dupla in argillam incurrat cylindrus, moto iterum hoc juxta axis directionem.

In priori caſu unica tantum formata fuit cavitas, in hoc quatuor formantur, quarum ſingulæ priori quàm exactiſſimè æquales ſunt.

Cum in utroque caſu ad eandem profunditatem in argillam penetraverit corpus, clarum eſt, minori tempore vim integram amiſiſſe, ubi velocitas major fuit.

Pag. 165. *poſt. lin. penult. adde.*

Hoc tamen difficilius continget, & rarius extrahendi erunt emboli, ſi hi ſinguli, in inferiori parte, inter duas laminas æneas orbem contineant ex ſubere ita, ut annulus coriaceus intruſo embolo, ſeſe ſuberi non ipſi metallo applicet. Quod in quibuſdam antliis minoribus Anglicanis obſervavi.

MO-

MONITUM

De Demonſtrationibus quæ quantitates infinitè exiguas pro fundamento habent.

IN multis demonſtrationibus, in ſcholiis datis, quantitates conſideramus infinite exiguas, & ita haſce proponimus, ut & a lectoribus intelligi poſſint, quibus illa, quæ de talibus quantitatibus a Geometris fuere explicata, ignota ſunt. Ne autem ipſis ſcrupulus ullus circa demonſtrationes in mente hæreat, & ne ſibi de talibus demonſtrationibus non exactam forment ideam, monitum præmittere non inutile credidi.

Sit curva quæcunque A B C; quam in B tangit linea D E; ſint rectæ duæ quæcunque F B, *f* G, parallelæ, junctæ lineâ F *f*; quarum *f* G curvam ſecat in *b*; ſit etiam H *b* parallela F *f*, ſecans tangentem D E in *g*. Si nunc concipiamus, F *f* minui, id eſt lineam, *f* G motu parallelo ferri, dum etiam, per interſectionem hujus lineæ cum curva, motu parallelo fertur *g b* H, clarum eſt rationes inter *g* B, *g* H, H B, non mutari, donec, coincidentibus *f* G, F B lineolæ omnes ſimul evaneſcant. TAB. XLVII. fig. 5.

In eodem lineæ *f* G motu, rationes inter *b* B, *b* H, H B, continuò mutantur, donec ubi evanuere nullæ rationes dentur; in ipſo autem momento evaneſcentiæ dantur rationes ab omnibus, quæ in præcedentibus momentis locum habuere diverſæ.

Sic corpus quod cadit, & libere cadendo continuò celerius movetur, ubi ad punctum quodcunque pervenit, velocitatem habet majorem omnibus velocitatibus quas antequam ibi perveniret habuit, minorem autem omnibus illis, quas habebit poſtquam punctum prætergreſſum erit, peculiariſque eſt velocitas qua ad punctum appellit, ab omnibus aliis, quibus ad puncta alia quæcunque pervenit, diverſa. Eodem modo non agitur hîc de rationibus, quas habent quantitates ante evaneſcentiam, aut poſtquam evanuere, ſed quas habent dum evaneſcunt.

In ipſo autem hoc momento evaneſcentiæ, quia curva in puncto contactus cum tangente coincidit, confunduntur puncta G, *g*, *b*, & rationes inter *b* B, *b* H, H B, non differunt a rationibus *g* B, *g* H, H B, aut G B, G I, I B.

Ubi in demonſtrationibus B *b* infinitè exiguam ponimus, hanc pro recta habemus, & memoratam æqualitatem rationum, etiam ponimus: Hæc tamen Mathematicè vera non ſunt, niſi in momento evaneſcentiæ; ubi ergo loquimur de quantitatibus infinitè exiguis, in-

intellige evaneſcentes, & demonſtrationes nulli Mathematicæ demonſtrationi firmitate cedent.

Clarum etiam eſt in momento evaneſcentiæ *f b* & F B confundi reveraque æquales eſſe, ergo in demonſtratione quacunque in qua portionem curvæ *b B* infinite exiguam ponimus, quia hanc evaneſcentem intelligimus, tutò lineas ut *f b*, & F B pro æqualibus habemus.

Demonſtrationes hæ diſtingui debent a demonſtrationibus in quibus error, licet inſenſibilis, datur, qualis eſt demonſtratio n. 1222. ex qua deducimus ſonum, ſive majorem ſive minorem, eâdem ſemper velocitate per eundem aërem moveri; quod Mathematice verum non eſt, ſed differentia velocitatum, quando datur, ita exigua eſt, ut nulla arte percipi poſſit, quare differentiam in Phyſicis negligimus; eodem modo ac in praxi geometriæ, ubi montis altitudinem conſideramus, hanc non pro mutata habemus, quamvis arenula adjecta ſit. In talibus autem demonſtrationibus non agitur de quantitatibus infinitè exiguis, ſed de quantitatibus finitis; numero enim finito non modo exprimi poteſt ratio inter arenulæ diametrum & montis altitudinem, ſed & inter illam diametrum & telluris diametrum, aut ſi velis diſtantiam ſtellæ fixæ cujuſcunque a Tellure.

In hiſce demonſtrationibus in quibus pro æqualibus habemus quantitates, quæ tali inſenſibili quantitate differunt, error in demonſtratione ſenſibilis non erit, & ideò, ubi de rebus ipſis agitur, de quibus ſenſibus dijudicamus, demonſtrationes hæ a Mathematicis jure admittuntur; ex Matheſi pura removentur, quæ tamen admittit, ut demonſtravimus, demonſtrationes quæ infinitè exiguas, aut evaneſcentes, quantitates pro fundamento habent.

SUPPLEMENTUM PHYSICUM.

LIBER I.

CAPUT IV.

De Diviſibilitate Corporis in infinitum, & partium ſubtilitate.

In fine capitis. pag. 8. adde

QUod ut demonſtremus, ſpatium implendum, diviſum concipimus in cellulas cubicas, quarum latera æqualia aut minora ſint, minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot cellulæ dantur; ita ut in ſingulis cellulis particulam unam poſitam concipere poſſimus: concipiendum ulterius ex ſingulis hiſce particulis minimis globum cavum formari. Propter materiæ diviſibilitatem poteſt globus cavus ſemper augeri minuendo materiæ craſſitiem, cum autem in ſingulis cellulis globus talis detur, poterunt ſinguli augeri, donec vicini ſeſe mutuo tangant, ut omnes ſimul ſpatium impleant.

SCHOLIUM.

De Materiæ Diviſibilitate

Infinitum vocant quidam illud, quo non datur majus, & negant materiam, eſſe diviſibilem in infinitum, quod, hac Infiniti data definitione, libenter concedimus. Corpus in talem numerum partium, qui ſit omnium maximus, non poſſe dividi, nullumque diviſionis dari limitem, defendimus.

Infinitum finito contineri.

Infinitum eſt quod finitum ſuperat; *partes* autem *numero, omnem finitum numerum ſuperante, in quantitate finita contineri*, ex conſideratione progreſſionis geometricæ decreſcentis deducitur. 1.

Progreſſionem hanc Ex gr. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$ &c. in infinitum poſſe continuari, nullumque dari continuationis limitem quis non videt? Omnium tamen terminorum ſummam nunquam excedere unitatem; imo exacte unitati æquari demonſtramus, ſi revera in infinitum continuatam concipiamus progreſſionem.

TAB. I. fig. 1. Sit linea A E unitas; hujus dimidium A B eſt primus terminus $\frac{1}{2}$; BC dimidium reliqui eſt terminus ſecundus $\frac{1}{4}$; tertius terminus erit CD $\frac{1}{8}$; dividendo D E in duas partes æquales habetur terminus ſequens; & eodem modo in infinitum continuari poteſt ſeries, ſemperque defectus ſummæ terminorum ſeriei AB, BC, CD, &c. ab integra linea AE ultimo termino ipſius ſeriei æqualis erit, quantumvis hæc continuetur. Quamdiu autem numerus terminorum eſt finitus, denominator fractionis, ultimum terminum exprimentis, eſt numerus finitus, & ultimus terminus eſt pars finita, qua ſumma ſeriei ab integra unitate deficit.

Si vero numerus terminorum omnem finitum numerum ſuperet, denominator ultimi termini omnem numerum finitum ſuperabit, partemque lineæ AE exprimet omni parte finita minorem, ideoque differentia ſummam ſeriei & lineam AE inter evaneſcet, id eſt erunt æquales quantitates hæ. Q. E. D.

Infiniti ideam non habemus; ideo ideis non aſſequimur, quæ de infinito demonſtramus; quæ tamen ex indubitatis principiis immediate ſequuntur, certa ſunt, &, quæ ex hiſce deducuntur, etiam in dubium vocari nequeunt.

Innumera circa Materiæ diviſibilitatem captum noſtrum ſuperantia evidentiſſime demonſtrantur, inter hæc notatu maxime digna ſunt, quæ ſpectant curvam ſpiralem logarithmicam dictam.

De Spirali logarithmicâ, & hujus menſurâ.

2. Hujus curvæ proprietas eſt, quod cum omnibus lineis ad centrum curvæ ductis angulos efficiat inter ſe æquales.

TAB. I. fig. 2. Sit centrum C: in A angulus curvæ, id eſt tangentis ad curvam, cum radio AC, nempe BAC, æqualis eſt angulo EDC, quem tangens, in puncto alio quocunque D, cum linea DC efficit

Si angulus hic fuerit rectus, ſpiralis in circulum ſe convertet, ſi autem fuerit acutus, ad centrum continuo accedere facile patet: non tamen niſi poſt infinitos gyros ad hoc pervenire poterit.

Ponamus revolutionem primam, poſito curvæ initio in A, terminari in F, puncto medio inter A & centrum C. In hoc caſu angulus BAC paululum excedet 80. gr. 57′. Secunda revolutio ad FC illam habet relationem, quam prima ad AC; ideoque terminabitur in G, puncto medio inter F & C, quod
3. ad gyros ſequentes etiam applicari debet; & *punctum quod in curva movetur* in integra revolutione quacunque, accedendo ad centrum, percurrit dimidium diſtantiæ ſuæ a centro in principio revolutionis. *Licet* ergo *ad diſtantiam a centro quantumvis exiguam pervenerit*, non unicâ revolutione ad hoc pervenire poterit; auctoque numero revolutionum, quantum quis voluerit, nondum ultimam attinget; & *numerus revolutionum omnem numerum finitum ſuperabit.*

4. TAB. I. fig. 3. *Ad centrum* tamen *curvam pertingere, ibique terminari*, etiam conſtat. Sit portio curvæ ABEG; cujus centrum C; quo eodem centro, radio CG, deſcribatur circuli portio GL, ſecans lineam C A in L.

Concipiamus LA diviſam in partes æquales, ſed exiguas, AD, DI, IL, per quarum ſeparationes concipiamus circulorum portiones, centro C deſcriptas, ſecantes curvam in B & E; ductiſque radiis BC, EC, formentur triangula rectangula ADB, BFE, EHG, in quibus propter exiguas AD, DI, IL, hypotenuſæ, licet portiones curvæ, pro rectis haberi poſſunt; numerus enim partium in AL in infinitum poteſt concipi auctus, manentibus, quæ huc uſque ſunt expoſita, ut & iis, quæ ſequuntur.

Triangula memorata ſunt omnia ſimilia inter ſe; quia ſunt rectangula, & præ-

præterea ex natura Curvæ angulos habent æquales BAD, EBF, GEH. Sunt
etiam æqualia, propter latera homologa æqualia AD, BF, EH, quod ex æ-
qualitate partium AD, DI, IL, ſequitur.

Ex A ducatur linea A *c*, cum C A angulum efficiens C A *c*, æqualem an-
gulo CAB; ad AC in centro C & punctis L, I, D, erigantur perpendicu-
lares C *c*, L *g*, I *e*, D *b*, ſecantes A *c* in punctis *c*, *g*, *e*, *b*; ductiſque *bf*
& *e h* parallelis ad AC, formantur triangula A D *b*, *bfe*, *e h g*, ſimilia & æ-
qualia inter ſe, ut & triangulis ABD, BFE, EHG, ut ex conſtructione li-
quet.

Idcirco hypotenuſæ A *b*, *be*, *eg*, æquales ſunt hypotenuſis AB, BE, EG, id
eſt, linea A *g* æqualis eſt curvæ portioni AG.

Hinc patet quomodo portio quæcunque curvæ menſuranda ſit, curvam- 5.
que non æquari lineæ A *c*, niſi ad centrum uſque continuetur, illam autem
finitæ eſſe longitudinis, licet infinitos gyros peragat.

Si nunc concipiamus punctum, quod ex A procedat, & velocitate quacun-
que finita moveatur ita, ut hujus directio ad lineas ad C ductas ſemper æqua-
liter inclinetur, angulos efficiens æquales angulo *c* AC, perveniet *punctum* 6.
hoc ad C tempore finito, in eo nempe in quo eadem velocitate rectam A *c*
potuiſſet percurrere; id eſt *finito tempore*, *velocitate finita*, *in ſpatio finito*, *per-
aget infinitos gyros*.

De infinitorum Inæqualitate

Non omnia infinita eſſe æqualia, evidentiſſime patebit, ſi conſideremus lineam, 7.
quæ ad partem quamcunque extenditur, in infinitum poſſe produci, talemque
lineam infinitam eſſe; minor tamen erit aliâ lineâ, quam partem utramque ver-
ſus productam concipimus in infinitum, hanc etiam ambarum ſumma ſupe-
rabit.

Infinita linea continet numerum infinitum pedum, duodecuplum numerum
pollicum.

Infinitorum inæqualitatem etiam detegimus, comparando diverſas curvas
ſpirales logarithmicas ſtatim indicatas.

Præter jam memoratam, & pro parte hic delineatam, curvam, concipiamus 8.
& aliam ſpiralem logarithmicam, ex A exeuntem, & ad centrum ita tenden- TAB. I.
tem, ut duabus revolutionibus pertingat ad F, duabus aliis pertinget ad G; fig. 2.
quia duæ requiruntur revolutiones, ut accedendo ad centrum dimidium di-
ſtantiæ ab hoc percurrat, numerus revolutionum in hac duplus eſt nu-
meri revolutionum in ſpirali prima, quando æqualiter cum hac prima ADF
ad centrum accedit; duploque numero revolutionum ad centrum pertinget:
utraque tamen curva niſi poſt infinitas revolutiones ad centrum non accedit.

De infinitorum claſſibus.

Quæ de infinito omnium maxime paradoxa demonſtrantur, ideaſque no-
ſtras in immenſum ſuperant, ſunt quæ ſpectant infinitorum claſſes varias.

Detur curva ABC parabola, cujus abſciſſa quæcunque ſit A D ordinata 9.
huic reſpondens DC. TAB. I.

Nota eſt hujus curvæ proprietas, ordinatam mediam eſſe proportionalem fig. 4.
inter abſciſſam & determinatam quandam lineam, quæ parameter dicitur:
quare ſi abſciſſa quæcunque dicatur x, ordinata reſpondens y, parameter a, * La Hire
in omnibus parabolæ punctis habemus $\div x, y, a$; ideo $ax = yy$ *: quæ ergo ſect. con.
æquatio naturam parabolæ exprimit. Evaneſcente x evaneſcit y, & Parabo- lib. 3.
la cum AF, per A parallelâ ad abſciſſas, non congruit, daturque tota infra hanc pro. 2.
lineam, quæ illam tangit, & cum qua efficit angulum mixtum FAC.

Si augeatur a manente x augetur y, & ſeſe expandit Parabola; aut potius formatur nova, in qua omnes ordinatæ aliûs curvæ ordinatas reſpondentes ſuperant; ita ut curva prima ſecundâ includatur, quæ inter primam & tangentem AF tranſit, minoremque angulum mixtum cum hac efficit. Parameter autem in infinitum poteſt augeri, & eo in infinitum minui angulus, quem cum tangente efficit Parabola.

10. Servato axe AD & vertice A, detur alia curva AEG, cujus ordinatæ dicantur z, quarum relatio cum reſpondentibus abſciſſis x exprimatur hac æquatione $bbx = z^3 : b$ deſignat lineam conſtantem.

Augendo b augentur omnes z, & mutatur curva in magis apertam, minuiturque angulus contactus, qui augendo b in infinitum minui poteſt.

11. *Habemus* ergo *duas claſſes angulorum decreſcentium in infinitum; harum integra ſecunda infinite exigua eſt reſpectu primæ*; demonſtramus enim angulum quemcunque in ſecunda ſuperari ab angulo quocunque, id eſt, utcumque exiguo, in prima.

Sit c tertia proportionalis ipſis a & b, utcunque ſumptis; ergo $ac = bb$. Multiplicando per c æquationem $ax = yy$, habemus $acx = yyc$, id eſt $bbx = yyc$. In ſecunda curva bbx valet z^3; ergo $z^3 = yyc$, ſi abſciſſa x fuerit eadem in utraque curva.

Ex æquatione hac deducimus $z, c :: yy, z^2$: unde patet yy ſuperari à zz, id eſt, y minorem eſſe z, quamdiu hæc a c ſuperatur, unde ſequitur curvam ſecundam dum ex A profluit, antequam z valeat c, inter tangentem & curvam primam dari qod univerſaliter obtineri hac demonſtratione conſtat.

12. Ponamus nunc tertiam dari curvam AI, cujus axis etiam eſt AD, & cujus æquatio, manentibus iiſdem abſciſſis x, ſit $d^3x = u^4$; u eſt ordinata quæcunque; & d linea determinata; hanc ſi augeamus, mutamus curvam & minuimus angulum quem curva cum tangente AF efficit; formaturque hiſce curvis tertia claſſis angulorum, quæ in infinitum minui poſſunt, & in qua nullus datur angulus, qui non ſuperetur ab angulo quocunque in ſecunda.

Datis b & d quibuſcunque, ſit bb ad dd; ut d ad quartam quam dicamus e; erit ergo $bbe = d^3$, & æquatio curvæ $bbx = z^3$ mutabitur in hanc $bbex = d^3x = z^3e$; ideoque $z^3e = u^4$, ſi agatur de iiſdem abſciſſis in utraque curva; idcirco $u, e :: z^3, u^3$; ergo u ſuperat z, quamdiu e ſuperat u, & exeundo ex A curva, cujus abſciſſæ ſunt u, tranſit inter AF & aliam curvam. Q. D. E.

Curvæ, quarum æquatio eſt $f^4x = t^5$ poſita f quantitate determinatâ in ſingulis curvis, & t ordinata quæcunque, dabunt novam claſſem *angulorum* mino-
13. rum omnibus memoratis, & eodem modo *claſſes in infinitum formari poſſunt, ſemperque omnes anguli in claſſe quacunque ſuperantur ab omnibus angulis in claſſe præcedenti, & ſuperant omnes angulos in claſſe ſequenti.*

14. *Inter duas claſſes quaſcunque datur ſeries infinita claſſium; quæ omnes eandem proprietatem habent, ut angulus quicunque unius ſit infinite parvus reſpectu angulorum claſſis præcedentis*, id eſt, ut ab omnibus ſuperetur, *& infinite magnus reſpectu claſſis ſequentis*, cujus omnes angulos ſuperat.

Curvæ $ax = yy$ & $bbx = z^3$ claſſes formant diverſas; quia ordinatarum dimenſio z^3 in ſecunda unitate ſuperat dimenſionem y^2 primæ curvæ; demonſtrabimus autem claſſes differre, quantumvis parum hæ dimenſiones differant, unde conſtabit propoſitum: quia inter hoſce numeros 2 & 3, & alios quoſcunque, innumeri dari poſſunt, qui inter ſe differunt, quorum nulli, quantumvis parum differentes, dari poſſunt, inter quos iterum non alii innumeri dari poſſint.

Sit

Sit $ax = yy$ & $g^{1\frac{1}{10}}x = s^{2\frac{1}{10}}$ id eſt, $g^{\frac{11}{10}}x = s^{\frac{21}{10}}$; ordinatas deſignat s, & g conſtantem lineam, quamdiu curva non mutatur. Fiat ut a ad g, ita $g^{\frac{1}{10}}$ ad quartam quantitatem, quæ dicatur $b^{\frac{1}{10}}$; ergo $g^{\frac{11}{10}} = ab^{\frac{1}{10}}$; multiplicando per $b^{\frac{1}{10}}$ æquationem $ax = yy$ datur $ab^{\frac{1}{10}}x = g^{\frac{11}{10}}x = y^2 b^{\frac{1}{10}} = s^{\frac{21}{10}}$; unde deducimus $s^{\frac{1}{10}}, b^{\frac{1}{10}} :: yy.ss$. Idcirco in viciniis puncti A, ubi s neceſſario minor eſt determinatâ b, erit etiam y minor s unde liquet quod de angulis dictum.

Inter duas claſſes quaſcunque, quantitatum, quæ in infinitum differunt, dari in infinitum claſſes intermedias ex conſideratione mediarum proportionalium etiam deducitur. 15.

Si A ſit infinite magnum reſpectu a, media quæcunque proportionalis b inter has quantitates minor eſt A, & major a, non tamen finitam habet rationem ad A aut a; ratio enim A ad a componitur ex rationibus A ad b, & b ad a, & ratio ex duabus finitis rationibus compoſita eſt etiam finita; ideo cum A & a in infinitum differant, ratio inter A & b, aut b & a, omnem finitam rationem ſuperat; quare etiam infinita eſt. In infinitum mediæ proportionales inter duas quantitates dari poſſunt.

SCHOLIUM 2.

De partium Subtilitate.

Pondus auri, quo in n°. 23. diximus argentum deaurari, eſt $\frac{1}{60}$ ponderis ipſius argenti. Volumen auri ſe habet ad volumen argenti, quando pondera ſunt æqualia, ut 10 ad 19; ergo volumen auri quo argentum obtegitur ad volumen ipſius argenti obtecti, ut 1 ad 114. nam 10. 19 :: 60., 114. 16.

Pes cubicus aquæ ponderat libras $63\frac{1}{2}$ decies gravius eſt argentum; ergo pes cubicus argenti libras 635. pondo eſt.

Cubus eſt ad cylindrum, ejuſdem diametri & altitudinis, circiter ut 14 ad 11; pondus ergo pedis cylindrici argenti eſt librarum 499. aut unciarum 7984.

Uncia una porrigitur in filum 14000. pedum, & in pede cylindrico datur filum 111776000. pedum, id eſt, tot dantur fila unius pedis.

Circulorum ſuperficies ſunt ut quadrata diametrorum, ideo quadratum diametri fili ad quadratum unius pedis, ut 1. ad 111776000; quorum numerorum radices ſunt 1 & 10572, in qua ratione ſunt dictæ diametri: eſt ergo fili diameter $\frac{1}{10572}$ pedis, aut $\frac{1}{881}$ pollicis. Aurum circumponitur & volumen augetur $\frac{1}{114}$, id eſt ſectio circularis fili ea quantitate augetur, quod fiet ſi filo circumponatur lamina, cujus craſſities eſt pars quarta partis $\frac{1}{114}$ diametri, area enim circuli habetur multiplicando circumferentiam per quartam diametri partem.

Eſt ergo auri craſſities $\frac{1}{456}$ diametri fili, quæ eſt $\frac{1}{881}$ poll. ita ut auri craſſities ſit $\frac{1}{401736}$ pollicis.

Fila hæc tenuia deaurata, ut filis ſericis circumvolvantur, plana fiunt, quo ſuperficies ad minimum triplicatur, & in eadem ratione craſſities auri minuitur, ita ut ſit $\frac{1}{1205208}$.

Non æqualiter in omnibus punctis filum deauratur, & auri craſſities in quibuſdam locis forte duplo minor eſt, quare nihil a vero remotum ponimus, ſi

ſi craſſitiem determinemus $\frac{1}{2000000}$ pollicis, id eſt milleſima pars pollicis in bis mille partes dividitur.

Talis actu datur auri diviſio; ideoque particulæ, quæ arte ſeparantur, non majorem diametrum habent, & talium partium in ſphæra aurea unius pollicis dantur 8.000.000.000.000.000.000.; & in arenula minima, cujus nempe diameter eſt pars centeſima pollicis, dantur particulæ 8,000.000.000.000: particula itaque ſe habet ad arenulam, ut hæc ad globum, cujus diameter ſuperaret 16. pedes, & non majorem numerum arenularum contineret globus hic, quam particularum continet arenula. Globus vero continet 4096. globos unius pedis.

Cap. V. *De Cohæſione partium.*
In fine cap. pag. 14. adde.

SCHOLLIUM.

De effectu attractionis vitri in aquam.

17. Singulæ particulæ aqueæ ad exiguam a vitro diſtantiam ab hoc attrahuntur, id eſt, per lineas rectas tendunt ad ſingulas vitri particulas, quarum diſtantia
TAB. I. non ſuperat illam ad quam vitrum & aqua in ſe mutuo agere poſſunt. Sit
fig. 5. vitri ſuperficies A B, particula C; hæc ad vitrum tendit per lineam C D, ad ſuperficiem perpendicularem; tendit etiam ad punctum *e*, ſed eodem tempore æquali vi tendit ad omnia puncta in ſuperficie æqualiter cum *e* à D diſtantia, id eſt in circumferentia circuli poſita, cujus diameter eſt *e f*: propter harum omnium virium æqualitatem non poterit punctum magis ad punctum unum ferri, quam ad aliud; ideo, omnibus viribus ſimul agentibus, particula etiam trahitur per C D. Similem demonſtrationem aliis particulis vitri
18. in *aquæ particulam* agentibus applicando conſtabit, hanc *ad vitrum tendere per lineam ad ſuperficiem hujus perpendicularem.*

TAB. I. Detur ſuper plano vitreo A B gutta G. Particulæ ſingulæ parum a vitro
fig. 6. diſtantes ad hoc directe tendunt, particulaſque cum quibus cohærent ſecum trahunt, unde in gutta oritur motus ſimilis illi, qui in gutta daretur, ſi plano C D ad A B parallelo hoc verſus premeretur; qua preſſione gutta ſeſe expan-
19. deret *quaqua verſum*, & *expanſio* hæc *eſt effectus attractionis.*

20. Sit A B aquæ ſuperficies; huic pro parte immergatur perpendiculariter
TAB. I. vitreum planum F D, cujus craſſitiem hic repræſentamus. Aqua a plano at-
fig. 7. trahitur, quo premitur juxta directionem B D *, & conatur quaqua verſum
*18 ſ. ſuper plano ſeſe expandere *; quo motu non poſſunt agitari niſi particulæ in
*19. ſ. D, motibus contrariis infra ſuperficiem ſeſe mutuo deſtruentibus; elevabitur ideo aqua, & adſcendentem ſequetur illa, quæ cum ipſa cohæret, ſuſtinebiturque ita aqua a vitro, ut pondus aquæ elevatæ valeat vim qua elevatur.

Sit altitudo hæc, quam juſto majorem repræſentamus, D C; ſuſtinetur autem aqua id C D G ſolâ vi qua particulæ in C ſurſum pelluntur: nam ubi aqua quieſcit, vires, quibus aqua inter C & D ſeſe quaqua verſum expandere cona-
*19. ſ. tur *, ſeſe mutuo deſtruunt: particula ex. gr. in *e* æqualiter ſurſum & deor-
21. ſum pellitur. Vis ergo quæ ſuſtinet aquam, *proportionem* ſequitur *latitudinis ſuperficiei juxta quam aqua adſcendit*, *menſuratæ*, *ad altitudinem ad quam aqua per-*

pertingit, in linea ad ſuperficiem ipſius aquæ parallela: quam eandem rationem
ſequitur pondus aquæ elevatæ.

De Tubis Capillaribus.

Aquam in tubos vitreos minores ſponte adſcendere debere, ex explicatis
facile deducitur. *Quantitas* autem *aquæ, quæ ſuſtinetur*, ſequitur rationem o- 22.
ræ aquæ elevatæ *; & ora hæc, *ſi agatur de tubis cylindricis, perpendiculariter im-* *21. 3.
merſis ad inſtar diametri creſcit aut minuitur.

Sint duo tubi quorum diametri dicantur D, *d*; altitudines aquæ A, *a*;
quantitates aquæ ergo erunt inter ſe ut $D^q \times A$ ad $d^q \times a$ *; ideo $D^q \times A$, $d^q \times a$ *2. 11. 14. El. XII.
:: D, *d* *; dividendo antecedentia per D^q, & conſequentia per d^q habemus, *78.
A, *a* :: $\frac{1}{D}, \frac{1}{d}$, id eſt *altitudines ſunt inverſe ut diametri.* 23.

De aſcenſu aquæ inter plana, de quo in n. 58.

Sint AC, BC, lineæ repræſentantes planorum ſectionem horizontalem a 24.
ſuperficie aquæ; ponamus ſpatium, angulo ACB contentum, dividi lineis TAB. I.
ut *de*, *fg*, *hi*, *lm*, &c. parum admodum, ſed æqualiter, a ſe mutuo di- fig. 7.
ſtantibus; manifeſtum eſt æquales aquæ quantitates in ſpatiis *dfeg*, *himl*,
elevari *; ibique ideo dari priſmata æqualia, quorum altitudines ſunt inverſe * 21. 5.
ut baſes *; hæ autem, quia pro parallelogrammis haberi poſſunt, & propter la- *34. El. XI.
titudines *df*, *hl*, æquales, ſunt inter ſe ut *de* ad *hi* *; quæ ſunt ut *d* C ad *h* C. *1. El. VI.

Deducimus ex his curvam *efg* eſſe Hyperbolam cujus Aſymptoti ſunt lineæ 25.
AB, in qua vitra ſeſe mutuo tangunt, & BC, ſuperficies aquæ *; Propter TAB. II.
angulum rectum ABC Hyperbola eſt æquilatera *; examinavimus enim fig. 7.
caſum in quo linea, in qua vitra ſeſe mutuo tangunt, ad ſuperficiem aquæ * La Hire 6. C. l. IV.
perpendicularis eſt. p. 2.

Facile etiam confertur altitudo in tubo cum altitudine inter plana. * ibid. l. V.

Sit *tubi cylindrici* ſectio M, cujus *ſemidiameter æqualis eſt diſtantiæ e d inter* p. 13.
plana. Clarum eſt vim, quæ ſuſtinet priſma aqueum cujus baſis eſt *def* pro- 26.
portionem ſequi lineæ *df*; ambabus enim *df* & *eg* proportionalis eſt vis quæ pa- TAB. I.
rallelopipedum, cujus baſis eſt *dfeg*, ſuſtinet *. fig. 7.

In tubo vis quæ ſuſtinet priſma, cujus baſis eſt *nop*, proportionalis eſt ipſi *np*; *21. 8.
quia tota circumferentia proportionalis eſt illi quæ integrum aqueum cylin-
drum vitro contentum ſuſtinet. Si *np* & *df* fuerint æquales; vires quæ pri-
ſmata ſuſtinent æquales ſunt; ideoque & ipſa priſmata æqualia; ſunt etiam
in hoc caſu baſes *nop*, *def*, æquales, quare priſmatum altitudines non
differunt, & *aqua in tubum & inter plana ad eandem adſcendit altitudinem.*

Variari multis modis poteſt experimentum de adſcenſu aquæ inter plana.

Nimium longum & ſatis inutile foret, omnia quæ huc ſpectant perpendere; 27. TAB. I.
ſatis eſt caſum præcipuum examinaſſe; Circa duos alios in quibus angulus fig. 8. 9.
ABC, quem linea, in qua vitra junguntur, cum ſuperficie aquæ efficit, eſt
acutus aut obtuſus, manentibus planis vitreis ad aquæ ſuperficiem perpendi-
cularibus, notabo, aquam etiam terminari Hyperbolica linea, cujus aſym-
ptos una eſt aquæ ſuperficies, altera habetur erigendo perpendicularem BF
ad CB, in puncto B, aſymptos quæſita erit BE, quæ dividit bifariam FD,
perpendicularem in puncto quocunque ad BF, & terminatam linea BA.

Si DF per punctum D Hyperbolæ tranſeat, BF erit ſemidiameter con-
jugata cum ſemidiametro BD.

In Fig. 9. ultra F Hyperbola non continuatur; aqua tamen ulterius adſcen-
dit, ſed aliâ terminatur Curvâ.

In

In Fig. 8. licet Hyperbola vitrorum latera juncta ſecet in D non ibi adſcenſus aquæ terminatur, ſed ad certam, & quidem pro diverſo, quem inter ſe vitra continent, angulo, diverſam ab A B diſtantiam, ab Hyperbola
28. deflectitur curva, adſcenſuſque juxta B A continuatur. *Ubi* enim *exigua admodum eſt inter vitra diſtantia attractiones oppoſitæ ſeſe mutuo juvant*, quo augetur aquæ adſcenſus. Simile augmentum actionis in n. ſequenti memoratur; in luminis attractione a corporibus etiam locum habet, ut notamus in numero ultimo cap. 5. lib. 3.

De motu guttæ in n. 59,

29. Concipiamus plana, inter quæ gutta movetur, ſecari plano ad plana, & ad
TAB. I. fig. 10. lineam in qua junguntur perpendicularem: repræſentatur ſectio hæc; ſed, cum motus ab inclinatione planorum ad ſe invicem pendeat, hanc juſto majorem repræſentamus, ut & diſtantiam inter vitra, & diſtantiam ad quam vitrum in oleum agit.

Sint plana AB, CD; gutta *eeff*; *gb* diſtantia ad quam vitrum oleum trahit: omne ergo oleum inter *iebf* ad planum trahitur, & conatur ſeſe quaqua
* 19. 5. verſum ſuper plano expandere * non autem poteſt propter cohærentiam partium guttæ, vireſque oppoſitæ in *e* & *f* ſeſe mutuo deſtruunt, guttaque, ſi plana parallela forent non moveretur. Nunc vero, quia actio attractionis perpendiculariter dirigitur ad vitrum, oleum in ſpatio *flb* a ſuperficie *fg* attrahitur, ceditque, quia nulla actione contraria deſtruitur hæc, quo motu agitatur tota gutta cujus partes cohærent inter ſe. Tendit idcirco gutta illam partem verſus in qua vitra concurrunt, quamdiu inferius plani inclinatio ad horizontem talis eſt, ut vis, qua gravitate ſuper plano conatur deſcendere, minor eſt illâ qua ex attractione ſurſum fertur.

Ubi autem exigua eſt inter vitra diſtantia attractiones oppoſitæ ſeſe mutuo juvant, viſque magis augetur quam ad inſtar diametri guttæ, quod augmentum in ratione diametri ex ſuperius demonſtratis deduci facile poteſt.

Pag. 15. & ſeq.

Dele cap. VII. & VIII. & in ipſorum locum ſubſtitue.

CAPUT VII.

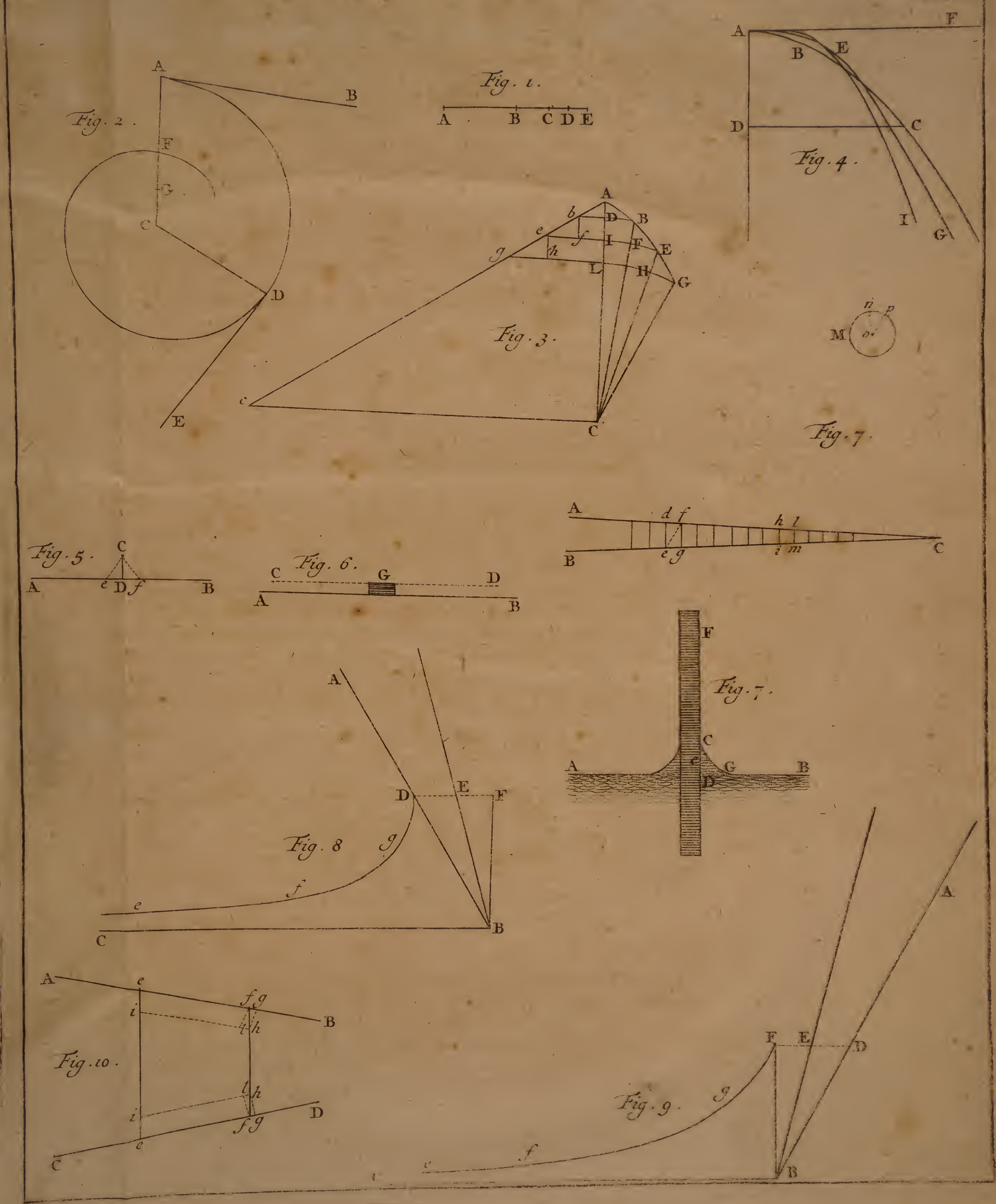
De Actionibus Potentiarum comparandis.

30. PReſſiones, id eſt, Potentiarum actiones *æquales* eſſe has, quæ *æqualibus temporibus æquales edunt effectus*, primo intuitu patet.

Preſſionem contrariam poſſe vincere Preſſionem, in du-
31. bium nemo vocabit. *Preſſiones æquales ſeſe mutuo deſtruere, & has eſſe æquales quæ ſeſe mutuo deſtruunt*, ſi pro axiomate non habeatur, ex dictis haud difficulter deduci poterit.

Ex

TAB. I.


Fig. 1.
A B C D E
Fig. 2.
A B F G C D E
Fig. 3.
A b D B e f I F E g h L H G c C
Fig. 4.
A F B E D C I G
M n p o
Fig. 7.
A d f h l B e g i m C
Fig. 5.
C A e D f B
Fig. 6.
C G D A B
Fig. 7.
F C A e G B D
Fig. 8
A D E F g f e C B
Fig. 10.
A e f g i l h B i l h f g D c C
Fig. 9.
F E D A g f e B

Ex quibus etiam patet, *Preſſiones eſſe inter ſe ut effectus* 32.
æqualibus temporibus editos.

Si premâtur obſtaculum & hoc ex loco non recedat, *con-* 33.
trariâ preſſione deſtruitur *preſſio*; aliter enim hæc nullum
ederet effectum. Si ergo *non deſtruatur, cedit obſtaculum.*
Hìc non conſideranda eſt vis quæ in quibuſdam occaſioni-
bus obſtaculo communicatur & qua in motu perſeverat;
agitur hìc tantùm de translatione quæ eſt effectus 34.
immediatus preſſionis, & quæ ſemper tantum ſola
locum habet in momento primo infinite exiguo, quando
actione potentiæ obſtaculum movetur.

Cùm effectus preſſionis contraria preſſione non deſtructæ
ſit obſtaculi translatio, ſequitur, *actiones variarum poten-* 35.
tiarum tantum inter ſe poſſe differre reſpectu obſtaculorum,
in quæ agunt potentiæ, & reſpectu ſpatiorum ab obſtaculis per-
curſorum.

DEFINITIO.

Magnitudo preſſionis conſiderata cum relatione ad obſta- 36.
culum quod ab illa removetur vocatur Potentiæ intenſitas.

Sunt igitur *potentiarum intenſitates ut obſtacula in quæ* 37.
illæ agunt.

Si æqualibus temporibus per ſpatia æqualia obſtacula ce- 38.
dunt, actiones Potentiarum ſunt ut harum intenſitates, id eſt, * 32. ſ.
ut obſtacula *. 35 ſ. 37 ſ.

Si Potentiarum intenſitates fuerint æquales, id eſt, ſi in 39. * 37. ſ.
obſtacula æqualia agant *; *Potentiarum actiones ſunt ut* * 32. ſ. 34. ſ.
ſpatia, æqualibus temporibus, ab obſtaculis percurſa *. 35. ſ.

Si autem & obſtacula & viæ ab his æqualibus temporibus 40.
percurſæ differant, ſunt potentiarum actiones ut intenſitates,
aut ut obſtacula, & ut viæ percurſæ *; id eſt, in harum ra- * 38. ſ. 39. ſ.
tionum ratione compoſita.

Ex. Gr. ſi unius potentiæ intenſitas fuerit dupla; id eſt, ſi
obſtaculum fuerit duplum, & per ſpatium triplum transfera-
tur, actio erit bis dupla, aut ter tripla, id eſt, ſextupla. Si,
datis numeris in ratione intenſitatum, & aliis in ratione ſpa-
tiorum percurſorum, pro ſingulis potentiis intenſitas per ſpa-

tium ab obſtaculo percurſum multiplicetur, producta habebunt quæſitam compoſitam rationem.

41. *Si* numeri dentur, qui *actiones potentiarum variarum* deſignant, erunt hi ut producta obſtaculorum per ſpatia, ergo ſi ſinguli ex datis numeris *per ſpatium ab obſtaculo ſuo percurſum dividantur, quotientes erunt ut ipſa obſtacula.*

Ideo eo majora ſunt obſtacula, quo actiones ſunt majo-
42. res, & ſpatia percurſa minora; ideſt, *obſtacula ſunt in ratione compoſita directæ actionum, & inverſæ ſpatiorum percurſorum.*

Si numeri qui exprimunt producta obſtaculorum per ſpatia, id eſt, qui potentiarum actiones exprimunt, ſinguli dividantur per numeros, qui obſtacula deſignant, quotientes
43. erunt ut *ſpatia*, quæ ergo *ſunt directe ut actiones, & inverſe ut obſtacula.*

44. *Potentiarum actiones ſunt æquales, ſi ſpatia percurſa fue-*
*32.1. *rint in ratione inverſa obſtaculorum aut intenſitatum potentiarum**. Quantum enim potentia intenſitate alteram ſuperat, in tantum reſpectu ſpatii percurſi ſuperatur. Ex. Gr. ſi obſtacula fuerint ut octo & ſex, viæ percurſæ ut tria ad quatuor, u-
*40.1. traque actio exprimetur per numerum viginti quatuor *.

Cap. V. *de Trochlea ſimplici, Libra, & Centro gravitatis*

In fine cap. pag. 25. adde.

6. tandem ut partes axis, quæ jugo ſeparantur, ſint exactiſſimè in eadem linea recta, quæ ſitum maximè commodum habebit, ſi cum jugo angulum efficiat rectum.

SCHOLIUM 1.

De centro Gravitatis.

Centrum gravitatis diximus eſſe punctum in corpore, circa quod omnes partes ipſius, in quocunque ſitu poſiti, ſunt in æquilibrio: tale punctum in corpore quocunque revera dari, cum pleriſque Mechanicis poſuimus, hoc nunc demonſtrabimus.

45. Sint puncta duo gravia A & B, inæqualem quamcunque gravitatem haben-
TA.VIII.f. tia; concipiantur hæc juncta, lineâ inflexili, rectâ, ſine pondere; Detur in
fig. 1. hac punctum C tale, ut CA ſit ad CB, ut pondus puncti B ad pondus puncti

ϲti A. Pondera hæc in æquilibrio erunt circa C, & quidem in ſitu quocunque, ut ex ante demonſtratis * deducitur; ideò ſi ſuſtineatur punctum C, ſuſtinentur puncta A & B, & harum actio in puncto C quaſi coacta eſt. * 88.

Detur tertium punctum grave D, ponderis cujuſcunque; jungantur D & C, etiam rectâ inflexili, ponderis experti; ſitque in hac punctum E, ita determinatum, ut E C ſe habeat ad E D, ut pondus puncti D ad ſummam ponderum punctorum A & B.

Si A & B juncta darentur in C, circa E daretur æquilibrium, poſitâ lineâ CD in ſitu quocunque *; ſed A & B, ut demonſtravimus, in ſitu quocunque lineæ A B, agunt quaſi in C juncta eſſent; ergo tria pondera A,B,D, lineis inflexilibus conjuncta, in ſitu quocunque, in æquilibrio ſunt circa punctum E; quod ergo eſt centrum gravitatis trium punctorum. Puncta hæc etiam nullum aliud habere centrum gravitatis, præter punctum E, ex eâdem demonſtratione conſtat. * 88.

Si quartum daretur punctum grave, lineâ inflexili, rectâ, jungendum hoc foret cum E, & ſimili demonſtratione conſtaret, quatuor puncta commune habere gravitatis centrum, & unicum hoc eſſe.

Cum vero eadem demonſtratio ad numerum quemcunque punctorum referri poſſit, applicari poterit omnibus punctis gravibus, ex quibus *corpus quodcunque* conſtat: *habet* ideò corpus *centrum gravitatis, & unicum tale habet centrum.* 46.

De Centri gravitatis inveſtigatione.

Dentur corpora, numero quocunque, quorum commune gravitatis centrum ſit C; per hoc concipiamus planum horizontale, quod ſit planum ipſius figuræ. Sint centra gravitatis ipſorum corporum A, B, D, E, F; ſi centra hæc ipſo plano horizontali memorato non dentur, ad hoc referenda ſunt lineis verticalibus, & eodem modo planum corpora gravabunt ac ſi ipſorum centra gravitatis darentur in punctis, in quibus lineæ hæ verticales planum ſecant *. 47. TAB. VIII. Fig. 2. * 87.

Suſtineatur planum linea G H; habentur actiones ponderum ad movendum planum circa lineam G H, *multiplicando pondus unumquodque per ſuam diſtantiam a linea* G H *, & ſumma productorum dat integram actionem, qua omnia pondera ſimul planum premunt ad hoc circa GH movendum. 48. * 88.

Omnia autem pondera agunt, quaſi eſſent in C *; idcirco habetur etiam ipſorum actio, multiplicando ſummam ponderum per diſtantiam puncti C a linea G H: *Si* ergo *ſumma* memorata *productorum*, quæ, ut patet, huic ultimo producto æqualis eſt, *dividatur per ſummam ponderum, datur in quotiente diſtantia centri gravitatis a linea* G H. * 101.

Quando agitur de ponderibus, quæ lineis verticalibus ad planum horizontale referuntur, diſtantiæ punctorum, ad quæ pondera referuntur, à lineâ G H, ſunt æquales diſtantiis centrorum gravitatis ipſorum corporum à plano verticali, per G H tranſeunti.

Cum verò hæc demonſtratio locum habeat in quocunque ſitu corpora dentur, ſi lineis inflexilibus, & ſine pondere, corpora inter ſe cohæreant, nullum poteſt concipi planum, quod non, ſervato ipſius ſitu reſpectu *corporum*, poſſit fieri verticale; unde ſequitur datis corporibus & plano quocunque, *diſtantiam centri gravitatis a plano detegi, multiplicando corpus unumquodque per ſui centri gravitatis diſtantiam a plano, & dividendo productorum ſummam per ipſorum corporum ſummam.* 49.

Si ſimilem demonſtrationem applicemus plano, quod inter corpora tranſit, 50.

 dif-

differentia inter ſummas productorum ab utraque parte per corporum ſummam dividenda erit, ad detegendam memoratam diſtantiam centri gravitatis a plano.

51. Ex hiſce deducimus methodum, qua *inveſtigatur centrum gravitatis; quæ-*
52. *rendo hujus diſtantiam a tribus planis* *. Quæ *eadem methodus ad corpus quodcun-*
* 49. ſ. *que peculiare applicari poteſt, referendo ad hujus partes, quæ de corporibus ſunt demonſtrata.*

53. *Si Corpora*, quorum commune gravitatis centrum quæritur, *ſua peculiaria gravitatis centra in eodem plano habeant, determinatur quæſitum centrum, dete-*
* 48 ſ. *gendo hujus diſtantiam â duabus lineis* *, *utcunque in eodem hoc plano ductis.*

54. *Quando peculiaria gravitatis centra in eâdem lineâ dantur, detegitur commune gravitatis centrum operatione unicâ, qua* nempe *ipſius diſtantia à puncto quocunque*, in eâdem illâ lineâ ſumto, determinatur.

SCHOLIUM 2.

Arithmetica Mechanica.

Regulæ quatuor Arithmeticæ, Additio, Subtractio, Multiplicatio, Diviſio, ope libræ cujus brachia ſingula in partes centum æquales ſunt diviſa facile inſtitui poſſunt, operationumque demonſtratio ex ante memoratis quam faciliimè deducitur; ſatis ideò erit ipſas regulas exemplis illuſtrare.

Habeatur pondus quodcunque pro unitate; uncia Ex gr.; decima pars unciæ eodem modo poſſet adhiberi.

55. Sit numerus 364 libræ applicandus; tres uncias centeſimæ applico diviſioni, & unciam unam diviſioni 64[tæ]

56. Gravetur brachium libræ utcunque; quem numerum valeat actio hæc, determinamus, ſuſpendendo in centeſimâ diviſione brachii oppoſiti pondus, quod augeatur additâ ſucceſſivè unciâ atque unciâ; ponamus novem uncias nondum æquilibrium dare, decem autem excedere; relictis novem motu unius juxta brachium quæro æquilibrium, detur hoc ubi pondus ad 47 diviſionem pervenit, actio quæſita valebit 947.

ADDITIO. Sint addenda 34, 54, 268, 407, 45. 65. Separatim numeros
57. hos applico eidem brachio libræ *; quæro hujus actionis valorem *; & dete-
* 55 ſ. * 56 ſ. go 873, ſummam quæſitam.

58. SUBTRACTIO. Ex ſumma numerorum 567, 258, ſubtrahenda ſunt 489
* 53. ſ. & 56 Numeros primos uni applico brachio *; ſubtrahendos alteri applico *,
* 55. ſ. & quæro quantum valeat actio, qua actio in brachium unum alteram actionem ſuperat * & detego differentiam quæſitam 280.

59. MULTIPLICATIO. Detur numerus 67, multiplicandus per 15. Pon-
* 56. ſ. dus 15 ſuſpendo diviſioni 67 & quæro valorem *, quo productum quæſitum detego 1005.

60. DIVISIO. Sit 1005. numerus dividendus per 15. Numerum dividendum
* 55. ſ. applico libræ *, & movendo pondus quindecim juxta brachium, quæro æquilibrium, quod datur ubi pondus ad 67 diviſionem, quotientem deſignantem, pervenit.

Præſtat in hiſce duabus ultimis operationibus, minori pondere pro unitate uti.

Cap.

Cap. XIV. *de Cuneo & Cochlea*
pag. 32. lin 1. ſpatium verò &c. *lege.*

ſpatium verò, per quod ligni partes, aut corpora, a ſe mutuo recedunt, eſt baſis cunei. Unde ſequitur,

Potentiam ſe habere ad corporum ſeparandorum reſiſtentiam, quando cum hac æquè pollet, *ut baſis cunei, ad illius altitudinem* *. 61.

* 44.5.

Quando agitur de ligno findendo, regula hæc locum non habet; quia non per æqualia ſpatia ſingulæ ligni partes cedunt, & quia, partibus quam minime ſeparatis, cohærentia in totum tollitur. Quæ ad lignum findendum ſpectant in ſequenti Scholio explicantur. 62.

MACHINA
Qua cunei affectiones demonſtrantur.

Tabella T, longitudinis ſex poll., latitudinis quatuor poll. cum ſemiſſe, in ſitu horizontali firmatur, ad altitudinem circiter trium pedum ſupra menſam M. 63. TA. VIII. 5. fig. 5.

Hoc commodè fit ope columnæ firmæ C, cui in ſuperiori parte cohæret lignum horizontale B, in cujus extremo cavum quadratum datur, in quo intruditur cauda lignea, quæ cum tabella cohæret, & quæ cum cavo exacte congruit; quare facile & firmatur, & ex ſitu tollitur, tabella T.

Ad quatuor hujus angulos foramina dantur *a*, *a*, *b*, *b*, per quæ funes tranſeunt, in ipſis foraminibus fixi; ſunt hi æquales inter ſe circiter tres pedes longi.

Hiſce funibus ſuſpenduntur lamellæ æneæ quatuor, ut *e* & *e*; ſed quæ diſtinctius, & juxta veras dimenſiones, repræſentantur in E aut E.

Ope harum duo ſuſpenduntur cylindri lignei *h*, *h*; ſectio juxta axem repræſentatur in H; altitudo inter *t* & *t*, ubi baſes paulum prominent, æqualis eſt diſtantiæ inter foramina *a* & *b* in tabella T: cylindrorum axes ulterius prominent, chalybei ſunt, & tenues, ut *tr*, *tr*; hi per lamellarum, ut E, foramina majora tranſeunt, cum quibus congruunt; ita ta-

men ut in his quam liberrimè rotari poſſint.

Cylindrorum diametri ſunt duorum pollicum cum ſemiſſe; in medio pars datur tenuior, longitudinis quatuor pollicum, cujus diameter eſt ſeſquipollicis. Pars hæc tenuior duobus annulis *ii*, *oo*, ex ipſo ligno, circumdatur ita, ut lamina lignea F, quæ tenuiori huic parti applicatur, annulos tantum tangat.

In tabella T dantur & duo alia foramina inter *a*, *a*, & *b*, *b*, nempe *l*, *l*, per quæ funes tranſeunt, qui in ſuperiori parte tabellæ cum paxillis *s*, *s*. cohærent. Hiſce funibus trochleæ duæ æneæ ſuſtinentur, ut *t*, aut T, ita ſuſpenſæ ut liberrime circa axes ſuos chalybeos, in foraminibus in lamellis æneis rotari poſſint.

Trochlea, ut T, cum cylindro uno conjungitur ope lamellæ E, & funium *m*; cum oppoſitâ lamellâ E funis *nn* cohæret, qui trochleæ circumponitur & pondere P trahitur. Simile pondus, ad aliam partem cylindrorum, eodem modo, ſuſpenditur, quibus duobus ponderibus ad ſe mutuo trahuntur cylindri.

Ope paxillorum *s*, *s*, elevantur, aut deprimuntur trochleæ, donec funes *n* & *m* ſint in ſitu horizontali.

Cuneus formatur ex duabus laminis ligneis F, F, verticulis inter ſe conjunctis; quæ angulum quemcunque inter ſe efficere poſſunt.

Per haſce ipſas tranſit cochlea, circulariter incurvata, ſuper qua duo fruſta ænea exigua, duæ nempe cochleæ exteriores, moventur. Hiſce plana F, F ſeparantur, & ne angulus, quem efficiunt, minuatur, cohibent.

Appenſâ lance, cum pondere Q, cuneus hic inter cylindros intruditur.

Ut ita conſtituatur cuneus, ut ratio inter baſim & altitudinem determinetur, formantur ex ligno triangula iſocelia minora, ad verticem paululum truncata; quibus altitudo, & baſis longitudo inſcribuntur, datâ menſurâ quacunque. Commodum eſt exprimere altitudinem per numerum 16, ſi integris libris cylindri ad ſe mutuo trahantur.

Ex-

EXPERIMENTUM

Rebus, ut in machinæ deſcriptione dictum, diſpoſitis, ſi pondus, quo cuneus inter cylindros intruditur, (id eſt, pondus cunei, cochleæ *g g*, & lancis cum pondere impoſito) ſe habet ad ſummam ponderum P, P, ut baſis cunei ad ipſius altitudinem, æquilibrium datur, inter vim qua cylindri ſeparantur, & illam qua ad ſe mutuo trahuntur. Hoc exinde elicitur, quia agitatione minimâ cuneus elevatur aut deprimitur. 64.

pag. 33. poſt lin. 3. adde.

Machina hæc non repræſentat quæ in actione cunei, quo corpora ſeparantur, obtinent; pondera enim P,P, non repræſentant vim qua cylindri inter ſe cohærent; ſed cylindri ſinguli dimidio ponderum P, P, ad trochleam fixam trahuntur; in noſtra autem machina*, ponderibus integris P, P, inter ſe cohærent cylindri. 65. *63.

In fine cap. pag. 35. adde.

SCHOLIUM I.

De ligno findendo.

Detur lignum, cujus partes jam ſeparatæ efficiant angulum EFL; ſit hoc ulterius findendum ope cunei ACB, cujus baſis eſt AB, & cujus altitudinem menſurat CD. 66. TA. VIII. fig. 6.

Ubi partes, ut ſuperius monuimus, quantumvis parum ſeparantur, omnis tollitur reſiſtentia; antequam autem ſeparentur partes in F, puncta E, L, paululum moveri debent, id eſt augendus eſt angulus EFL; determinanda ideò eſt vis, qua angulus hic augeri poteſt.

Ponamus angulum auctum, ut ſit *e* F *l*; cuneus intravit, & datur in *a c b*; partes ligni E, L, translatæ fuere per E *e*, L *l*, ſed quæ minus ab F diſtant per minus ſpatium moventur, lineæque EF, LF, motibus ſuis deſcribunt areas triangulorum æqualium inter ſe *e* FE, *l* FL.

Ductis *e f* & *f* F, parallelis EF & *e*E, formetur parallelogrammum *e*EF*f*; ſunt æqualia triangula *e* F E & *f e* F *; & parallelogrammum valet ambo triangula *e* F E & L F *l* conjuncta: ideò translationes memoratæ linearum ambarum EF, LF, conjunctæ, valent translationem ſolius lineæ E F per ſpatium E *e* aut F *f*: quæ lineola ergo diſtantiam repræſentat, qua partes ligni à ſe invicem ſeparantur, cum autem de hac ſeparatione hìc agatur, eſt hæc ipſa lineola ſpatium, ab obſtaculo quod ſuperandum eſt, percurſum, dum ſpatium, quod percurrit potentia, eſt C *c*, ſpatium nempe per quod cuneus fuit tranſlatum. *34 El. I.

Vis ergo, qua cuneus intruditur, eſt ad ligni reſiſtentiam, quando æquè pollent, ut *e* E ad C *c*. * *44.

Ducatur C *g* ipſi E *e* parallela, erunt hæ lineæ æquales *, quia motu parallelo *34. El. I.

latus

latus cunei AG fuit tranſlatum; ratio memorata eſt ergo quæ datur inter *g* C & C*c*.

Lineola E*e*, ideò etiam *g* C, perpendicularis eſt ad FE; eſt enim E*e* arcus circuli, adeo exiguus ut pro rectâ lineâ haberi poſſit; cujus circuli radius eſt FE.

67. *Per punctum baſeos medium* D *linea* ducatur DH, *ad latus* AC cunei *perveniens in* H *&* *cum* FE *latere ligni ſeparato, continuato, angulum efficiens rectum*; quare ipſi C*g* parallela eſt.

Propter latera *c*C, CD, in eadem linea, & reliqua parallela, ſunt ſimilia triangula C*gc*, DHC; idcirco DH *ſe habet ad* DC, id eſt *altitudinem cunei*, ut *g*C ad C*c*, id eſt, *ut vis qua cuneus intruditur ad ligni reſiſtentiam, quando neutra alteram vincere poteſt*, auctâ paulum potentiâ ſeparantur ligni partes.

68. *Quando ligni partes non ſeparantur, niſi quo uſque cuneus intruditur*, lineæ AC & EF conveniunt, & angulus DHC eſt rectus, ideoque ſimilia ſunt triangula CHD, CAD *; & DH ad DC, ut AD ad AC. In hoc caſu ergo *eſt vis, qua Cuneus intruditur, ad ligni reſiſtentiam, ubi æque pollent, ut ſemibaſis cunei ad hujus latus.*

Poſt cap. xv. legendum eſt caput xxiii. *de potentiis obliquis*, pag. 67. cujus initium uſque ad n. 97. delendum & legendum.

69.

TAB. A. fig. 1.

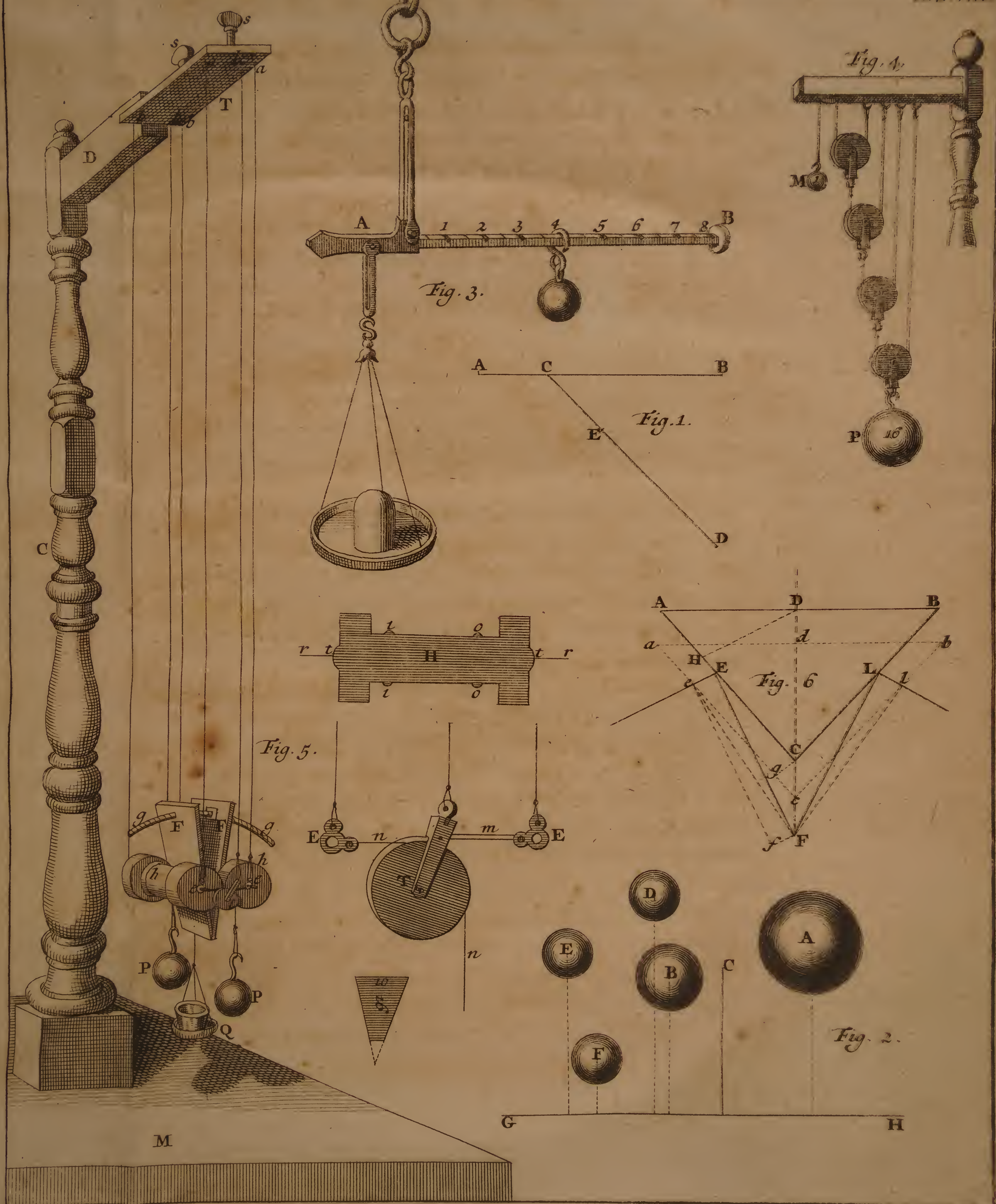
Detur *punctum* A, *quod tribus potentiis* filis applicatis per AB, AE, & AD, *trahitur, quieſcit, ſi potentiæ fuerint inter ſe ut latera trianguli formati lineis juxta directiones potentiarum poſitis*; id eſt, ſi potentiæ fuerint inter ſe ut latera trianguli ADb. In quo caſu poſitis AB, AE & AD, reſpectivè ut preſſiones per has lineas agentes, ſi duabus ut AD & AE formetur parallelogrammum, patet tertiam BA continuatam fore parallelogrammi diagonalem & AB, Ab, æquales eſſe inter ſe.

Punctum autem A in hoc caſu quieſcere ut demonſtremus, concipere debemus, ſepoſitâ potentiâ per AB, preſſiones per AE & AD deſtrui, punctumque quieſcere, actione quacunque, & in hanc actionem inquirendum eſt. Sint lineæ minimæ A*d*, A*e*, inter ſe ut AD, AE, id eſt, ut preſſiones juxta haſce lineas agentes; æquali tempore punctum A per haſce lineas minimas poſſet transferri, ſi ſingulæ ſolæ agerent & non deſtruerentur *; cum punctum quieſcat, integras ſuas actiones ambæ ſimul in hoc exerunt, & conatur hoc per ambas ſimul lineas eodem tempore moveri; ſi autem per ambas ſimul transferatur dabitur in *b*, in diagonali Ab, ductis *eb* ad A*d*, & *db* ad A*e* parallelis; am-

* 39. 1.

70. babus ergo potentiis conatur lineam A*b* percurrere eo tempore,

TAB. VIII.



re, quo poſſet percurrere A *e* aut A *d*; *duæ* ergo memoratæ *potentiæ ad unicam* per A *b* agentem *reducuntur*, & eſt hæc potentia ad reliquas duas ut A *b* ad A *d* & A *e*, id eſt, ut A B ad A D & A E. Æqualis eſt idcirco potentia, qua punctum Attrahitur per A B, potentiæ ad quam reliquæ duæ reducuntur, & cum hac contrarie agit. 70.

Nota eſt triangulorum proprietas, latera eſſe inter ſe ut ſinus angulorum oppoſitorum; *ſunt* ergo *in æquilibrio potentiæ tres, quæ ſunt inter ſe ut ſinus angulorum directionibus potentiarum oppoſitarum formatorum.* Id eſt, potentia quæ per A E agit, eſt ut ſinus anguli B A D, & ſic de cæteris. 71.

Cap. XVII. *de Acceleratione & Retardatione gravium.*

pag. 38. dele lin. 3. cum ſeptem ſeq. & lege.

Vis gravitatis in omnia corpora pro quantitate materiæ continuo agit *, & quæcunque fuerint, gravitate eodem modo moventur. Quando corpus liberè cadit, impreſſio primi momenti in ſecundo momento non deſtruitur; ergo ei ſuperadditur impreſſio ſecundi momenti, & ſic de cæteris; *motus* igitur *corporis libere cadentis eſt acceleratus*, & ex Phænomenis conſtat motum *æquabiliter in temporibus æqualibus* accelerari; quod deduci poteſt ex Exp. n. 76 *s*. *79. 72.

Unde ſequitur *gravitatem eodem modo agere in corpus motum ac in corpus quieſcens*; ideò celeritates æquales, in momentis æqualibus, corpori communicat. 73.

pag. 39. dele n. 132. cum Exp. ſequenti. Pertinent hæc ad percuſſionem; ideo in ſequentibus ad examen vocanda erunt, n. 131. autem confirmatur exp. in n. 76.*s*

Cap. XVIII. *de Deſcenſu Gravium ſuper Plano inclinato.*

pag. 41. dele quæ habentur inter n. 41, & 43. & lege.

Corpus P plano A B impoſitum juxta directionem A B ſuper Plano conatur deſcendere; ponamus filo huic lineæ parallelo retineri ut quieſcat, plano ſuſtinetur, id eſt quaſi pellitur juxta directionem *d c* plano perpendicularem, tandem gravitate verticaliter per *c e* conatur deſcendere. Corpus ergo P tribus quaſi trahitur potentiis, quarum directiones lateribus trianguli *c e d* parallelæ ſunt, ſed corpus quieſcit; ſunt idcirco potentiæ inter ſe ut latera hujus triangu-

74. li*. Ideo, *vis qua corpus ſuper plano conatur deſcendere eſt*
* 69. *ad* vim qua verticaliter conatur deſcendere, *pondus* nempe *corporis*, ut *d e* ad *c e*, aut ut A C ad A B, id eſt, *ut altitudo plani ad hujus longitudinem*, ſunt enim ſimilia triangula
* 29. El. 1. rectangula *c d e*, ABC, habentia angulos æquales *c e d*, CAB*.

pag. 44. in fine cap. adde.

* 150. Ex demonſtratis in hoc capite *, deducimus methodum confirmandi experimentis, quæ de velocitate Corporum
* 131. cadentium antea ſunt demonſtrata *.

MACHINA,

Qua corporum Cadentium velocitates conferuntur.

75. Ex ligno cujus craſſities A B eſt duorum pollicum, & alti-
TAB. XII. fig. 1. tudo circiter pollicum novem, formatur machina hæc; excavatur lignum juxta portionem cycloïdis à ſuperiori parte ligni ad F uſque, ubi curva terminatur in ipſius vertice; continuaturque lignum ab F ad G, juxta tangentem ad curvam in vertice F, cujus diſtantia a G eſt unius pedis. Ut lignum hoc exactiſſimè ſit elaboratum habeatque ſuperficiem admodum politam deſideratur. Formationem autem cycloïdis in capite ſequenti explicamus.

Lignum hoc circumdatur regulis ligneis H H, H I, I I; & ſpatium quod hiſce continetur in duos quaſi canales dividitur regulâ L L, cujus altitudo eſt quartæ partis unius pollicis.

In Canali utroque movetur globus æneus diametri ſemi pollicis, in utroque etiam datur obex O, hi ope cochleæ lateralis ubi deſideraveris firmantur.

Machina tribus ſuſtinetur cochleis æneis, quarum duæ videntur in C, C; harum ope ſuperficies F G in ſitu ponitur horizontali, cujus ſitus indicium dat perpendiculum N M.

Regula L L in ſuperiori parte dividitur, ab F ad G in partes æquales, ab F autem ſurſum inæquales ſunt; ſed demonſtrant intervalla æqualia inter altitudines.

Hujus Machinæ hæc eſt proprietas, ut globi ab altitudinibus, utcunque inæqualibus, dimiſſi, æqualibus temporibus ad F perveniant, quod facile patebit ſi obices O, O, in F firmentur, & globi eodem momento a diverſis altitudinibus dimittantur.

Qui hujus proprietatis Geometricam deſiderant demonſtrationem caput ſequens adeant; ipſam in machina obſervare proprietatem in hoc loco ſufficit.

EXPERIMENTUM 4.

Conſtitutâ machinâ, ut dictum, firmentur obices, applicato uno diviſioni quartæ ab F, altero diviſioni ſextæ. Si nunc globi dimittantur eodem momento ab altitudinibus, quæ ſunt ut quatuor ad novem, dimiſſo nempe globo illo a minori altitudine qui datur in canali, in quo obex minus ab F diſtat, eodem etiam momento quàm exactiſſime ad obices pervenient. 76.

Globi hi eodem momento in F dantur, æqualibus ergo temporibus percurrunt lineas, quæ ſunt ut quatuor ad ſex, id eſt, ut duo ad tria, in qua ratione ſunt horum globorum velocitates *; horum numerorum quadrata ſunt quatuor & novem, id eſt in ratione altitudinum a quibus cadendo corpora acquiſivere velocitates ſuas; quod Experimento confirmandum erat. * 53.

In conſtituendis obicibus ad globorum magnitudinem attendendum.

Cap. XIX. *de Oſcillatione Pendulorum.*

In fine cap. pag. 49. adde

SCHOLIUM 1.

In quo quædam Cycloïdis proprietates demonſtrantur.

Poſitâ Cycloïdis memoratâ formatione; ſit circulus generator BEF. Ponamus hunc perveniſſe ad punctum G baſeos, punctum F erit in *f*, poſito arcu G*f* lineæ GF æquali; Punctum deſcribens erit in *b*, & erit hoc punctum Cycloïdis. 77. TAB. XII. fig. 4.

Ducatur G*c*H diameter per punctum contactus, erit hæc ad baſin perpendicularis *, & parallela diametro BF. Ductâ nunc *b*L, per punctum Cycloïdis *b*, baſi parallelâ, ſecante circulum FEB in E, & GH in I; maniſeſtum eſt, propter æquales GI & FL *, in circulis æqualibus æquales eſſe *b*I, EL; additâ utrimque IE, æquales erunt *b*E, IL, cui æqualis GF *. * 18. El. iii. * 34. El. i. * 34. El. i.

Facile etiam liquet arcus G*f*, *b*H, EB, æquales eſſe inter ſe & lineæ GF; ideoque lineæ *b*E.

Ex quibus hanc curvæ deducimus proprietatem, *Si ex puncto quocunque Cycloïdis ad baſin ducatur parallela, quæ ſemicirculum ſecat ſuper axe deſcriptum* 78.

ad partem curvæ, qualis linea hic eſt *b* E L, *erit* hujus *portio*, *inter Cycloïdem & ſemicirculum intercepta*, *æqualis arcui ſemicirculi inter lineam memoratam & verticem intercepto*. id eſt *b* E arcui EB æqualis eſt.

79. Sit Cycloïs ADB; vertex B; baſis AF; axis BF, qui diameter eſt ſemi-
TAB. XII. circuli FMB.
fig. 5. Sumtâ D*d* portione quacunque infinitè exigua Cycloïdis, poterit hæc pro lineâ rectâ haberi, & continuatâ formabit tangentem in puncto D aut *d*. Ducantur DL, *dl*, ad baſin parallelæ ſemicirculum ſecantes in E, *e*; & ductâ B*e* continuetur hæc donec ſecet in *b* lineam DL; ſit etiam BO ad baſin parallela, circulum tangens in B, & quæ in O ſecatur lineâ *e*O, continuatione lineæ E*e*.

Triangula *b*E*e* & *e*OB, propter B*o* & *b*E parallelas ſunt ſimilia. La-
* 36. El. iii. tera autem EO & OB ſunt æqualia *; ergo & æqualia *e*E, *b*E; eſt *e*E ar-
* 68. cuum B*e*, BE, aut linearum *de*, DE, differentia *; quæ eadem differentia eſt ideò etiam *b*E, quare ſunt æquales parallelæ D*b*, *de*; ſunt etiam id-
* 33. El. i. circo æquales & parallelæ D*d*, *be**. id eſt tangens in *d* parallela chordæ *e*B.

80. Iiſdem poſitis ducatur FE*i*; erit hæc ad BE aut B*b* (propter angulum
* 31. El. iii. infinite exiguum *e*BE) perpendicularis *, dividetque baſin trianguli iſoceles *b*E*e* in duas partes æquales ita, ut *ei* ſit dimidium ipſius *eb* aut *d*D. Eſt verò *ei* differentia inter chordas BE, B*e*; nam ſi centro B, radio BE, circulus deſcribatur coincidet hic cum E*i*, quæ infinite exigua eſt; & D*d* eſt differentia arcuum Cycloidis DB, *d*B.

Concipiamus nunc lineam ad baſim Cycloïdis AF parallelam moveri à B ad F, aliamque lineam interea circa B ita rotari, ut continuo tranſeat per interſectionem primæ cum ſemicirculo. Ubi prima Ex. gr. pervenit ad *dl* erit ſecunda in B*e*, translatâ primâ ad DL rotatur ſecunda ut ſit in BE. In hoc motu, commune initium habent, & continuo augentur, arcus Cycloïdis DB & chorda EB; ſed illius augmentum ſemper duplum eſt augmenti hujus; quare & integer arcus qui eſt ſumma augmentorum, erit duplus integræ chordæ, quæ etiam ſummam valet augmentorum ſuorum. Conferendo n. 74. 5. 79. 5. 80. 5 patet demonſtratio n. 156.

81. Detur iterum eadem Cycloïs ADB; baſis AF; axis FB; FEB ſemicirculus. Producatur BF ad C ita, ut BF & FC ſint æquales; formatoque parallelogrammo A*f*CF; detur ſemicirculus A*mf*, qui ſemicirculo FEB, æqualis erit; ut & ſemi cycloïs A*q*C, cujus axis eſt A*f* & quæ æqualis eſt ſemi-cycloïdi ADB. Concipiamus etiam filum fixum in C & cycloïdi C*q*A applicatum, evolvi.

Ponamus filum ad hunc perveniſſe ſitum, ut cum cycloïde tantum conveniat à C ad *q*, & ulterius protendi juxta tangentem ad curvam in *q*: ſi linea *q*Q æqualis ſit arcui *q*A, cui filum, nunc tenſum, fuit applicatum, erit Q fili extremitas.

Ducatur *qp* ad baſin parallela ſemicirculum A*mf* ſecans in *m*, ex quo
* 79. puncto ducatur linea *m*A ad A, ſunt *m*A & *q*N parallelæ * & æquales; ſed *q*A, ideoque *q*Q dupla eſt *m*A aut *q*N; ſunt ergo æquales N*q*, NQ; idcirco ſi per Q ad AF & *pq* detur parallela QP, erunt æquales PF, A*p*;
* 32. 27. ergo etiam erunt æquales arcus FM, A*m*; ut & anguli MFA, *m*AF *;
El. iii. & eſt FM, parallela A*m* *, ut & Q*q*; unde ſequitur FMQN eſſe paral-
* 27. El. i. lelogrammum, & æquales eſſe FN, QM; ſunt etiam æquales *qm*, AN, in parallelogrammo *m*AN*q*.

Li-

Linea *m q*, aut A N, æqualis eſt arcui A *m* *, aut arcui F M; A F æ- *78.
qualis eſt ſemicirculo F M B*; idcirco N F, aut Q M, æqualis eſt arcui *78.
M E B, & punctum Q, ideſt fili extremitas datur in cycloïde A D B*, quam *78.
integram extremitas hæc percurret dum totum filum evolvitur.

SCHOLIUM 2.

De motu in Cycloïde.

Concipiamus portionem cycloïdis aut integram cycloïdem, in linea recta 82.
extendi A B D, & corpus in hac linea recta moveri juxta legem penduli o- TAB. A.
ſcillati in cycloïde, id eſt dari preſſionem in corpus agentem, quæ ſequatur ratio- fig. 1.
nem diſtantiæ corporis a puncto medio B, & quæ in corpus motum agat ut in corpus quieſcens; centro B, radio B A, deſcribatur Semicirculus A L D, qui tempus repræſentat, in quo corpus movetur ab A ad D; tempora in quibus portiones quæcunque lineæ A D deſcribuntur, erectis ad hanc perpendicularibus, determinantur, arcus H I tempus in quo F G, & arcus A H tempus in quo A F percurruntur, deſignant: celeritates autem in punctis F & G proportionales ſunt ipſis perpendicularibus F H, G I.

Quæ ut demonſtrentur, concipiendum eſt corpus, quod in linea A D mo- 83.
vetur ita, ut temporibus, quæ ſunt ut arcus A H, H I, percurrat portiones A F, F G, & ſic de cæteris: ita ut totum tempus repræſentetur per ſemicirculum A L D. Concipiamus ulterius ſemicirculum in partes minimas æquales diviſum, momenta minima æqualia temporis deſignantes, quales ſunt H *h* & I *i*. Idcirco poſitis *fh* & *gi* etiam perpendicularibus lineæ A D, temporibus æqualibus lineæ F *f* & G *g* percurruntur, quæ cum exiguæ ſunt percurruntur motu æquabili; momenta enim temporis adeo exigua concipi poſſunt, ut acceleratio aut retardatio inſenſibilis ſit; celeritates ergo in punctis F & G ſunt, ut F *f* & G *g* *, quæ ſunt inter ſe ut F H ad G I; propter triangu- *53
la ſimilia H B F, H *h l*, & I G B, I *m i*, ductis lineis H *l* & I *m* parallelis lineæ A D; & propter æquales Hypotenuſas H B, I B, & H *h*, I *i*.

Incrementa celeritatum momentis æqualibus minimis in punctis F & G, ideſt preſſiones agentes in iſtis punctis *, ſunt ut *l h* & *m i*; ſunt enim differentiæ cele- *39. 73.
ritatum in punctis F, *f*, & G, *g*. Sed, propter triangula memorata ſimilia, *l h* & *m i* ſunt inter ſe, ut F B ad G B; idcirco preſſiones, in punctis F & G in corpus agentes, ſunt inter ſe ut diſtantiæ a puncto medio B.

Quæ de incrementis celeritatum demonſtrantur in parte A B lineæ A D, in parte B D de decrementis eodem modo demonſtrantur. Agitatur ergo corpus juxta legem corporis in cycloïde oſcillati.

Detur corpus motu æquabili ſemicirculum percurrens A L D, in tempore 84.
unius vibrationis in cycloïde, id eſt in tempore, in quo corpus, in linea recta A D ut explicavimus motum, illam percurrit. Ex dictis patet H *h*, F *f*, & I *i*, G *g*, æqualibus temporibus percurri; unde ſequitur, cum directiones ſint parallelæ in L & B, celeritates in hiſce punctis eſſe æquales. Idcirco corpus celeritate quam corpus pendulum habet in B, in tempore unius vibrationis 85.
deſcribit ſemicirculum, cujus diameter eſt arcus cycloidis a corpore percurſus. TAB. VIII.
Si corpus integram percurrat cycloidem A B D, diameter hæc erit quadru- fig. 8.

 pla

* 10. pla diametri F B *, & velocitas in B erit, quam corpus cadendo ab altitudi-
*150. ne F B acquirit *, qua celeritate motu æquabili corpus in tempore caſus po-
* 154. teſt percurrere lineam duplam ipſius F B * Sed ſpatia æqualibus velocitatibus percurſa ſunt ut tempora, id circo tempus caſus per ſemilongitudinem penduli eſt ad tempus unius vibrationis per integram cycloïdem, aut arcum
* 155. quemcumque *, ut dupla F B, ad ſemicircumferentiam circuli, cujus diameter eſt quadrupla lineæ F B, aut ad integram circumferentiam, cujus diameter eſt etiam dupla F B; ergo in genere ut diameter circuli ad hujus circumferentiam; ut monuimus in n. 157.

SCHOLIUM 3.
De Centro oſcillationis determinando.

86. *Sit C A pendulum compoſitum; pondera P & Q; inter hæc datur centrum oſcillationis O, cujus hæc eſt proprietas*, poſitâ virgâ A C rigidâ & ſine pondere, *ut pondus Q, multiplicatum per B C, ad pondus P, multiplicatum per A C, ita A O ad O B.* Quod ut demonſtremus, conſiderandum eſt pondera Q & P moveri directionibus parallelis inter ſe, id eſt æqualiter ad horizontem inclinatis; ideo agitari continuo impreſſionibus ex gravitate, quæ, niſi corpora virgâ rigidâ juncta forent, illis celeritates communicarent æquales *. Junctorum autem ponderum celeritates neceſſario ſunt inæquales, & celeritas corporis P, actione ponderis Q, augetur, dum hoc alterius actione retardatur; quæ actiones contrariæ æquales ſunt *. Interea punctum intermedium quoddam O, centrum nempe oſcillationis, movetur celeritate ex actione gravitatis oriunda.

TAB. A. fig. 3.

* 77. 146

* 126.

Sit B *b*, O *o*, aut A *a* (has enim æquales ponimus lineas) ſpatium percurſum ex actione gravitatis juxta inclinationem quamcunque agentis in tempore quocunque minimo. Cum punctum O hoc ſpatium percurrit, tantum per B E transfertur Q, & potentia quæ in Q agit minuitur quantitate, qua eo-
* 40. dem tempore corpus hoc percurreret E *b*, & quæ exprimitur per Q × E *b**. Potentia autem, quæ in P agit, augetur quantitate, qua P eodem tempore
* 40. transfertur per *a* D, & quæ exprimitur per P × *a* D *; ponimus enim parallelas B *b*, O *o*, A *a*; potentia ergo quæ retardat motum corporis Q, eſt ad potentiam, quæ accelerat motum corporis P, ut Q × E *b* ad P × *a* D: Sed potentiæ hæ applicantur vecti, cujus fulcrum eſt C; idcirco harum actiones, quas
* 105. æquales demonſtravimus, ſunt ut CB × E *b* × Q ad C A × *a* D × P *. Ideo CB × Q ad C A × P, ut *a* D ad E *b*, aut A O ad O B. Q. E. D. Patet etiam in pendulo tali compoſito producta fore æqualia, ſi unumquodque pondus multiplicetur per ſuas diſtantias a centris ſuſpenſionis & oſcillationis.

87. *Si plura pondera dentur & unumquodque per ſuas diſtantias a centris ſuſpenſionis & oſcillationis multiplicetur, ſummæ productorum ab utraque parte centri oſcillationis æquales ſunt.* Quod demonſtratione ſimili evincitur.

Unde deducimus Methodum computatione determinandi centrum oſcillationis.

88. Sint corpora quæcunque A, B, C, D, E, horum diſtantiæ a centro ſuſpenſionis reſpectivè litteris *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, exprimuntur; ſit diſtantia centri oſcillationis a centro ſuſpenſionis *x*. Ponamus *a*, *b*, *c*, minores eſſe *x*, *d* & *e* autem majores.

Corporum A, B, C, diſtantiæ a centro oſcillationis ſunt $x-a$, $x-b$, $x-c$,

$x-c$: & corporum reliquorum diſtantiæ ab eodem centro ſunt $d-x$, $e-x$, multiplicando corpora ſingula per ſuas diſtantias ab utroque centro, habemus $Aax-Aaa+Bbx-Bbb+Ccx-Ccc=Ddd-Ddx+Eee-Eex$ *unde deducimus $x=\frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd+Eee}{Aa+Bb+Cc+Dd+Ee}$, quam eandem æquationem habemus quæcunque ex diſtantiis a, b, c, d, e, ſuperent x; quare generalem hanc detegimus regulam. * 87.

Si ſingula corpora multiplicentur per quadrata ſuarum diſtantiarum à centro ſuſpenſionis, & ſumma productorum dividatur per ſummam productorum ſingulorum corporum multiplicatorum per ſuas diſtantias ab eodem centro ſuſpenſionis, quotiens diviſionis dabit diſtantiam inter centra ſuſpenſionis & oſcillationis. 89.

Si, continuato pendulo ultra centrum ſuſpenſionis, corpora quædam ſupra punctum ſuſpenſionis applicentur, horum diſtantia erit negativa; Si Ex. gr. talia forent corpora A&B, pro $+a$ & $+b$ computatio ineunda foret cum $-a$, $-b$, quorum quadrata cum etiam ſint $+aa$ & $+bb$, diſtantia x in hoc caſu erit $\frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd+Eee}{-Aa-Bb+Cc+Dd+Ee}$. 90.

Ut memoratam * regulam applicemus lineæ cujus extremitas eſt ſuſpenſionis centrum, ſingula ipſius puncta, aut potius partes minimæ, multiplicandæ ſunt per quadrata diſtantiarum ſuarum ab extremitate, ſumma horum productorum eſt pyramis, cujus baſis eſt lineæ quadratum, & altitudo ipſa linea, ſi linea dicatur a; pyramis hæc valet $\frac{1}{3}a^3$*. Dividenda hæc eſt per ſummam partium minimarum multiplicatarum per ſuas diſtantias ab extremitate, quorum productorum ſumma eſt area trianguli cujus baſis eſt a, & altitudo etiam a; quæ area valet $\frac{1}{2}aa$*. Dividendo autem $\frac{1}{3}a^3$ per $\frac{1}{2}a^2$ quotiens eſt $\frac{2}{3}a$ diſtantia centri oſcillationis a centro ſuſpenſionis, ut ſuperius experimento confirmavimus *. 91. * 89. *7.6.El.xii * 34.El.1. * 163.

SCHOLIUM 4.

De linea celerrimi deſcenſus.

SI conferamus inter ſe n. 154. & 89. s. patet, corpus per arcus circuli exiguos, qui ut poſt n. 157. monuimus ab arcubus cycloïdis ſenſibiliter non differunt, breviori tempore deſcendere, quàm per horum arcuum chordas. Unde patet corpus quod à puncto ad punctum deſcendit, quando puncta ambo non in eadem verticali dantur, ut viam ſuam breviſſimo tempore peragat, non debere per lineam rectam incedere. Quamnam autem lineam ſequi debeat, lubet hìc demonſtrare; quia ad hoc uſu veniunt quæ in ſuperiori ſcholio 1. de Cycloïde demonſtrata ſunt.

Sint puncta duo A & B, lineâ CD ſeparata; moveatur punctum & ab A tendat ad B; ſed ea lege, ut antequam ad lineam CD perveniat, feratur velocitate quam dicimus v, ubi autem tranſivit lineam hanc incedat celeritate majori quam vocamus c: Ponamus ulterius punctum velocitatibus ſingulis rectas vias percurrere; ideòque moveri per rectam AB, aut lineas AE, EB peragrare: determinandum, quomodo motum dirigere debeat, ut tempore omnium breviſſimo perveniat ex A in B. 92. TAB. XII. fig. 6.

Ponamus tempus quo corpus, velocitate v, lineam quamcunque percurrit

rit ipſâ lineâ percurſâ repræſentari; tempus quo linea percurritur, velocitate aliâ majori, eo brevius eſt, quo velocitas major eſt, & minuitur in ratione in qua velocitas augetur; tempus ergo, in quo linea quæcunque, velocitate c percurritur, repræſentabitur lineâ minore ipſâ percurſâ, & quæ ad percurſam habet rationem quæ datur inter v & c.

Si punctum eat per A E & E B tempus motus per A E; quia velocitate v percurritur linea hæc, hac ipſâ lineâ repræſentatur; tempus quo E B peragratur, repræſentatur lineâ E F, quæ ſe habet ad E B, ut v ad c. Punctum vero F determinatur ſi ex B ad C D ducatur B D perpendicularis, fiatque c, v :: B D, L D & per L ad D C ducatur parallela, ſecabit hæc B E in puncto F: nam propter parallelas E D, F L, habemus B D, L D :: B E, F E.

Ex hac demonſtratione etiam ſequitur, ſi punctum per lineas alias A M, M B, progrediatur, quarum ultima ſecat L F in N, tempus motus repræſentari lineis A M, M N, ita ut determinandum ſit per quod punctum lineæ C D punctum mobile tranſeat, quando ſumma talium linearum tempora repræſentantium eſt omnium minima; quod ut fiat ad ſequentia attendendum.

Summas ab utraque parte recedendo à puncto quæſito augeri continuo; ideoque in eo puncto ſolo ſummas vicinas eſſe æquales, idcirco ſi punctum

TAB. XII. fig. 7. hoc ſit E erunt æquales A E + E F & A e + ef ex qua æqualitate ſitus puncti E deducendus eſt.

Centro A, radio Ae deſcribatur circuli arcus $e\,h$; Centro B radiis Bf, & B E deſcribantur arcus Ei, fg, eruntque æquales Ah + Eg & A e + $i\!f$ ſubtractis hiſce quantitatibus æqualibus ex A E + E F = Ae + ef, reſtant hE + gF = ei. Unde deducimus hE = ei - gF. Propter triangula ſimilia eiE, fgF, & Bfg, Bie ut & B F L, B E D,

ei, gF :: Ei, fg, :: B E, Bf aut B F (differentia enim eſt infinite exigua) :: B D, B L. Dividendo

ei, ei-gF = hE :: B D, B D - B L = L D; id eſt ut velocitas infra lineam ad velocitatem ſupra lineam.

Triangula eiE, E N O, ſunt ſimilia, ut & $e\,h$ E & eM P; ergo

ei, Ee :: E O, E N

hE, Ee :: E P, Me = E N nam ſunt radii ejuſdem circuli; Ee enim eſt infinite exigua.

93. Ex æquo ei, hE :: E O, E P. Sunt autem hæ lineæ *coſinus angulorum quos directiones motuum efficiunt cum linea* C D *quæ ſpatia ſeparat in quibus velocitates differunt*: qui ergo coſinus directionum *ſunt inter ut velocitates, in ipſis illis directionibus, quando tempus eſt omnium breviſſimum.*

94. Moveatur iterum corpus ex A & tendat ad B, ea conditione ut dum tranſit lineas C D, I L, M N, O P, ſingulis vicibus velocitatem mutet, quæritur qua lege movetur, poſitis hiſce lineis parallelis, ut tempore breviſſimo ex A ad B perveniat.

TAB. XII. fig. 8.

Requiritur ut corpus ex A ad F perveniat tempore breviſſimo poſſibili, ut & ex E ad G, ex F ad H, & ex G ad B, aliter enim in toto motu tempus brevius dari poteſt. Ideò *coſinus angulorum quos motus directiones* A E, E F, F G, G H, H B, *efficiunt cum lineis, parallelis inter ſe, ſeparantibus ſpatia in quibus diverſa eſt velocitas, ſunt reſpective inter ſe ut velocitates quibus ſingula percurruntur.*

95.

Conſideremus nunc corpus quod gravitate deſcendit. Celeritas continuo de-

deſcendendo augetur, & ad eandem profunditatem ubique eſt eadem*, innumeris ergo, & inter ſe infinitè parum diſtantibus, planis horizontalibus dividuntur ſpatia in quibus celeritas variat: *Linea* ergo *celerrimi deſcenſus inter* 96. *duo puncta eſt, cujus tangens ubique cum horizonte efficit angulum, cujus coſinus* velocitati cadendo acquiſitæ *proportionalis eſt**, id eſt *radici quadratæ altitudinis per quam corpus cecidit**. Hanc autem eſſe Cycloïdis proprietatem demonſtramus.

* 150. * 95. 1. * 131. 159.

Ponamus Cycloïdem A D B, inverſam, cujus axis ſit verticalis, & corpus 97. ex A deſcendere, demonſtrandum anguli ut *d* D E, aut B E L*, coſinum proportionalem eſſe radici quadratæ altitudinis F L*, id eſt proportionem ſequi chordæ F E cujus quadratum ad inſtar altitudinis F L augetur & minuitur. Angulus B E L æqualis eſt angulo B F E*; cujus coſinus ſi centrum circuli ſit F, & radius F B, eſt F E; quod in omnibus punctis cycloïdis locum habet, manente eodem radio F B.

* 79. * 96. TAB. XII. fig. 5. * 8. El. VI.

Linea ergo *celerrimi deſcenſus, à puncto ad punctum, eſt Cycloïs inverſa, cujus punctum extremum*, ut A, *cum ſuperiori puncto coincidit & quæ per punctum alterum tranſit.* 98.

Poſt Cap. XIX. legendum eſt Cap. XXIV. *de projectio gravium.*

In fine Cap. pag. 75. adde

Poteſt corpus celeritate data in plano dato ad diſtantiam 99. *quamcunque projici.* Sit celeritas data illa, quam corpus acquirit cadendo ab altitudine L A, quam horizonti A T perpendicularem concipimus, & corpus in plano A I in I projiciendum ſit. Ductâ L N horizonti parallelâ, erigatur A N normalis plano A I, ſecans L N in N; centro O puncto medio lineæ A N per A deſcribatur circulus, qui etiam per L tranſibit; ſit A R pars quarta lineæ A I; per R ducatur, horizonti perpendicularis, id eſt parallela lineæ A L, linea R *b*, quæ circulum ſecat in B & *b*; ſi corpus projiciatur per A B aut A *b* cadet in I. Qua methodo directio jactus determinatur, ſi punctum ſit in linea horizontali per A tranſeunti (in quo caſu L & N coincidunt), aut in plano quocunque inclinato ſive ſupra ſive infra lineam hanc horizontalem.

TAB. A. fig. 5.

Motu æquabili celeritate, cum qua projectio fit, corpus 100. poteſt percurrere A E, dum cadit per E I. Quia corpus projicitur velocitate per L A cadendo acquiſita, eodem motu æquabili poteſt percurrere duplam L A in tempore in quo ab altitudine L A cadit*. Spatia, velocitate eâdem & æquabili percurſa, ſunt ut tempora in quibus percurruntur;

* 134.

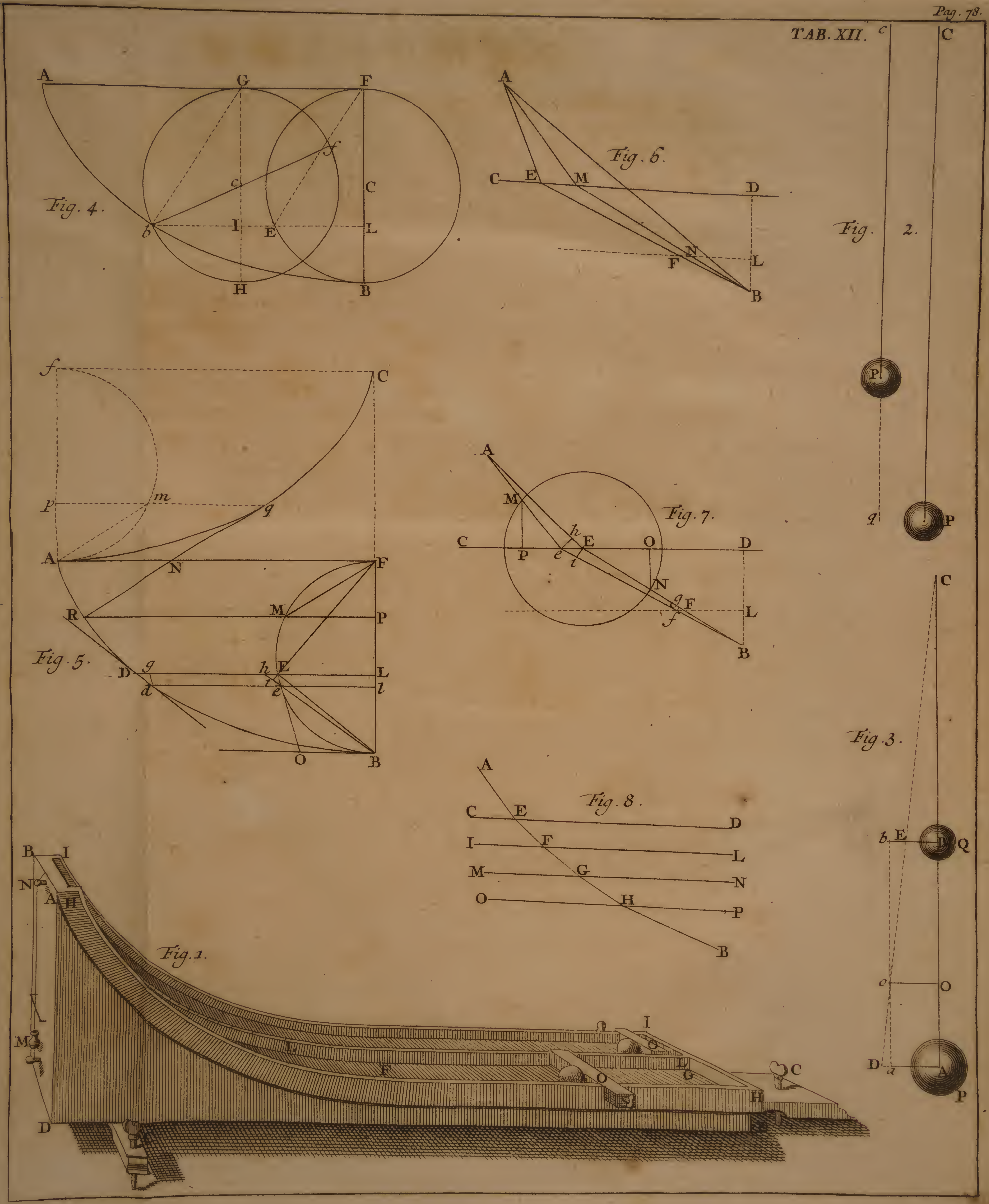
ergo tempus caſus per L A ad tempus caſus per E I, ut dupla L A ad A E. Ideo $2 LA^q$ ad AE^q ut, L A ad
* 131. E I *, Quam ergo proportionem ſi demonſtremus dari in conſtructione præcedenti, directionem benè fuiſſe determinatam conſtabit.

Ducatur L B, & habemus angulum B A R a tangente A R, eſt enim perpendicularis radio A O, & a linea circulum ſecante A B formatum æqualem angulo A L B in ſegmento
* 31. El. III. oppoſito *; anguli etiam alterni R B A, L A B ſunt æquales *;
* 29 El. I. ergo ſunt ſimilia triangula A B R, A L B, & lineæ L A, A B, B R, proportionales; ergo LA^q ad AB^q ut L A ad B R; ideo $2 LA^q$ ad $2 AB^q$, aut AC^q, ut L A ad B R: multiplicando conſequentia per quatuor, habemus $2 LA^q$ ad AC^q multiplicatum per quatuor, id eſt $2 AC^q$, aut AE^q, ut L A ad 4 B R, aut E I, quod demonſtrandum erat.

101. Demonſtratio ſimilis eſt, ſi corpus per A *b* projiciatur. Unde ſequitur *corpus per duas directiones poſſe projici, ut in idem punctum cadat, ſi autem diſtantia ſit omnium maxima ad quam corpus, data velocitate, in plano dato, poteſt projici, unica eſt directio per quam projiciendum eſt corpus*, punctis B & *b* coincidentibus in Q, puncto medio arcus L Q A, a quo puncto ſemper æqualiter diſtant puncta B & *b*.

102. *Si detur curvâ à corpore percurſâ, velocitas quam habet corpus in puncto quocunque ut F, illa eſt quam Corpus poteſt acquirere cadendo à linea horizontali per L ducta ad punctum F.* Nam Corpus per planum quodcunque ex A, velocitate qua projicitur, adſcendere poteſt ad horizontalem
* 151. hanc lineam *, ſi nunc planum detur ad F uſque cum ipſa corporis projecti via congruens, in F autem ſurſum deflexum, corpus in F illam habebit velocitatem qua juxta planum hoc ad horizontalem memoratam pervenire poteſt, id eſt quam cadendo ab ipſa horizontali ad F uſque ac-
* 152. quirere poteſt *.

103. TAB. A. fig. 6. Sit corpus ex A projiciendum per punctum H in I, poſitis


TAB. XII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.

ris tribus hiſce punctis in eodem plano verticali; & puncto medio ſupra lineam quæ reliqua duo jungit. Sit A T horizontalis & per tria puncta data ad hanc normales T E, F D, A L. Ex I per puncta A & H ducantur lineæ I A, I H, quarum ultima ſecat A L in P; fiat G D æqualis A P, & habetur A D directio jactus. Celeritas detegitur ſi ſumtâ A R quartâ parte A I; & ductâ verticali R B, quæ A D ſecat in B, ducatur B L ita, ut angulus A B L æqualis ſit angulo A R B; velocitas quæſita eſt quam corpus acquirit cadendo ex L in A,

Corpus projectum æquabili percurrit velocitate A E & A D, dum cadit per E I & D H: ut ergo demonſtremus corpus per hæc puncta tranſire, demonſtrandum A E^2 ſe habere ad A D^2, aut E I^2 ad D G^2, ut E I ad D H*. *151.

In triangulis ſimilibus I H G, I P A, A I ad A G, ut A P, aut D G, ad D G minus G H, id eſt H D. Sed in triangulis ſimilibus A E I, A D G; A I ad A G, ut E I ad D G; ergo E I ad D G, ut D G ad H D; idcirco E I^2 ad D G^2, ut E I ad H D. Quod demonſtrandum erat. Velocitatem autem rite eſſe determinatam conſtabit ex collatione fig. 6. cum 5.; ſi ad puncta B, L, attendamus, quæ in utraque figura iiſdem literis deſignantur.

Poſt Cap. XXIV. leg. Cap. xxv. *de viribus centralibus.*

pag. 84. poſt Exp. 8. adde.

Et ne in hoc caſu ambo corpora ex pyxidi ejiciantur, cum periculo ſpectatorum, pyxidis extremitates obteguntur tabellis ligneis, ſex poll. longis, infra quas dum corpora in pyxidis extrema impingunt ex hac ejici nequeunt.

pag. 86. loco n. 240. & 241. ſubſtitue.

Si corpora ſint inæqualia, ſed in hæc agant vires centrales, quæ ut gravitas, æqualiter in ſingulas materiæ particulas agant, non intereſt quæcunque ſint maſſæ corporum, & propoſitio ultima etiam in corporibus inæqualibus obtinet. 104.

Ellipſin vocant Geometræ lineam ovalem cujus hæc eſt 105.

 de-

TAB. XV. fig. 1. deſcriptio. Sit A *a* recta; C punctum hujus medium; F, *f*, puncta à C æqualiter diſtantia; F G *f* filum, cujus extremitates in F & *f* fixæ ſunt, quod æquale eſt lineæ A *a*. Tenſo filo clavo G, in plano in quo datur A *a* Ellipſis deſcribitur. Puncta F, *f*, vocantur foci; C centrum; A *a* axis major; minor axis per centrum tranſit, cum majori angulos efficiens rectos, & ab utraque parte curvâ terminatur.

106. Quando vis, qua corpus punctum verſus fertur, non ubique eſt eadem, ſed cum diſtantia à centro creſcit, aut minuitur, ſecundum certam proportionem, variæ inde oriuntur curvæ.

107. *Ponamus vim quæ in corpora mota agit ut in quieſcentia, quæ ad diſtantias æquales à centro æqualis ſit, ad inæquales decreſcat, in ratione inverſa quadratorum diſtantiarum ab illo puncto, deſcribet corpus Ellipſin cujus focorum alter cum centro virium coincidit*; ita ut in unaquaque revolutione ſemel ad hoc accedat corpus, & iterum ab hoc recedat; in receſſu minuitur corporis celeritas, & quidem ita, ut vis centralis, licet ipſa minuatur, viam corporis flectat, & hoc ad centrum accedere cogat: acceſſu augetur velocitas ita, ut, licet vis augeatur, corpus iterum a centro recedat.

108. *Circulus* ad illud genus curvarum pertinet, & in hoc caſu corpus etiam circulum poteſt deſcribere, *qui, ſi hujus diameter æqualis ſit axi majori Ellipſeos cujuscunque, eodem tempore cum hac deſcribitur.*

109. Corpus poteſt tali celeritate projici, ut in receſſu a centro vis, quæ auctâ diſtantiâ minuitur, non valeat ad viam ita inflectendam, ut corpus redeat; percurrit in hoc caſu corpus curvam aliam Parabolam aut Hyperbolam.

110. *Si vis centralis juxta aliam proportionem quamcunque in receſſu a centro decreſcat, non poterit corpus lineam in ſe redeuntem, & a circulo parum aberrantem, deſcribere:*

111. *Sed ſi vis decreſcat juxta proportionem parum ab hac aberrantem, aut curva à circulo non multum differat, poterit curva a corpore deſcripta referri ad Ellipſin mobilem*, cujus nempe axis, in plano, in quo corpus revolvitur, movetur-

vetur motu angulari, manente foco in centro virium. *Motus* autem *axeos in eamdem partem dirigitur cum motu corporis, ſi vis celerius decreſcat auctâ diſtantiâ quam pro ratione inverſa quadrati diſtantiæ: Si* vero *vis tardius*, id eſt minus, *decreſcat in receſſu a centro, motus Ellipſeos in contrariam partem dirigitur.* 112. 113.

pag. 88. in fine cap. adde.

Ex hac ultima propoſitione, ſi ad n. 110.ſ. attendamus, ſequitur, *nullâ vi centrali, ad æquales diſtantias æqualiter agenti, curvam poſſe deſcribi in ſe redeuntem, & parum excentricam*, id eſt cujus centrum cum centro virium non coincidit, *præter Ellipſin, in cujus focorum altero centrum virium datur; vimque centralem, in hoc caſu, ſequi rationem inverſam quadrati diſtantiæ.* 114.

Circulum autem, *cujus centrum cum centro virium coincidit, poſſe deſcribi vi juxta rationem quamcunque creſcentem aut decreſcentem*, ſi modo ad diſtantias æquales æqualiter agat, facile patet. 115.

SCHOLIUM I.

Generalia de viribus centralibus.

Concipiamus dari vim, qua corpus, ubicunque detur, pellatur centrum C verſus, non intereſt quomodocunque in punctis diverſis varietur vis hæc; concipiamus vim hanc non eſſe continuam, ſed illam ictibus in corpus agere, & momenta temporis inter ictus eſſe æqualia. Ponamus etiam corpus projectum per A B hanc percurrere lineam in momento tali; motum per B L, æqualem A B, in momento ſequenti continuaret, niſi in B ictu in corpus pelleretur hoc ad C; ponamus celeritatem, ex hoc ictu oriundam in corpore jam agitato, talem eſſe, ut hac corpus poſſit, in intervallo temporis inter duos ictus, percurrere lineam L D; ſi L D ſit parallela B C, corpus duobus motibus agitatum pecurrit B D*, daturque in D, in momento in quo ictu ſequenti iterum ad centrum pellitur. Si ictus hic non daretur, in momento ſequenti percurreret D E, poſitis D E & B D æqualibus, ſed eodem tempore centrum verſus fertur, id eſt per D C pellitur, ſi juxta hanc directionem percurrat lineam æqualem lineæ E F in tempore in quo percurreret D E, motu compoſito corpus movetur per D F, poſitis E F & D C parallelis. Eodem modo demonſtramus in momento ſequenti corpus percurrere F H, ſi G H ſit æqualis ſpatio in hoc momento, ex ictu C verſus percurrendo, poſitiſque F G & D F æqualibus, ut & G H & F C parallelis. 116. TAB. XV. fig. 2. *125.

Triangula A B C, B L C, habent baſes æquales A B, B L in eadem linea, & verticem communem C; ſunt ergo æqualia*. Triangula B L C, *38. El. 1.

B D C baſin habent communem BC& conſtituuntur inter parallelas BC, L C,
* 37. El. 1. ſunt ergo æqualia *. Idcirco etiam æqualia ſunt triangula A B C, B D C. Eodem modo demonſtramus æqualia triangula B D C, D F C & in genere æqualia eſſe inter ſe triangula quæcunque ut A B C, B D C, D F C F H C, quorum baſes momentis æqualibus a corpore projecto percurruntur. Ex qua demonſtratione deducitur propoſitio n. 224.

117. Etiam patet *corpus projectum, & vi centrum verſus tendenti agitatum, moveri in plano, quod tranſit per lineam juxta quam corpus projicitur & per centrum virium.*

118. Concipiamus nunc momenta inter duos ictus minui, ut & ipſos ictus, manentibus nihilominus illis æqualibus inter ſe, poſitis hiſce utcunque inæqualibus, demonſtratio eadem locum habebit. Si diminutio ſit in infinitum mutantur ictus in preſſionem continuam, & corpus in ſingulis punctis a via recta deflectitur; ſubjicitur tamen legi in demonſtratione præcedenti deter-
TAB. XVI. fig. 11. minata. Si ergo corpus moveatur in curva A B D E, & tempus concipiatur diviſum in momenta infinite exigua, & æqualia inter ſe, area trianguli mixti A C B continebit tot triangula exigua æqualia inter ſe, quot dantur momenta in tempore, in quo percurritur A B, & area trianguli mixti D C E eodem modo continebit tot triangula æqualia inter ſe & prioribus, quot dantur momenta in tempore in quo percurritur D E; ideoque tempora in quibus corpus A B & D E, percurrit, ſunt inter ſe ut numeri triangulorum æqualium areis A C B, D C E, contentorum, id eſt ut ipſæ areæ. Unde generalem deducimus propoſitionem in n. 225. memoratam.

119. Cujus propoſitionis inverſa, quæ continentur in n. 226. etiam demonſtratur.
TAB. XV. fig. 2. Si corpus motum per A B in momento ſequenti, & æquali, percurrat B D, quia motu primo, in momento hoc, per B L æqualem A B motum continuaſſet,
* 125. neceſſario juxta directionem L D a via ſua remotum fuit *, ſi autem triangula A B C, B D C ſint æqualia, etiam æqualia erunt B D C, B L C; i-
* 39. El. 1. deoque linea L D parallela B C*; id eſt directio vis quæ corpus a linea recta detorquet centrum C verſus dirigitur.

Si nunc concipiamus curvam quamcunque dividi, lineis ad centrum virium ductis, in triangula minima æqualia, horum baſes, temporibus æqua-
120. libus a corpore *quod in curva vi centrali retinetur*, percurruntur *; ſunt ideo
* 116. *corporis velocitates in variis curvæ punctis*, ut baſes hæ *, quæ *ſunt inversè ut*
* 55. * 15. El. VI. 38. El. 1. *perpendiculares à centro virium in* baſes continuatas*, id eſt *in tangentes ad curvam in punctis de quibus agitur.*

121. Maxime generalia ſunt huc uſque in ſcholio hoc demonſtrata, quæ nunc addam tantum obtinent, ſi vis in hoc cum gravitate congruat, ut agat in corpora mota ut in quieſcentia, corpora autem ponimus æqualia; ſi verò vis & in hoc cum gravitate congruat, ut eodem modo agat in ſingulas materiæ particulas, non intereſt utrum corpora ſint æqualia nec ne.

122. *Lineæ infinitæ exiguæ, viribus æqualibus, accedendo ad centrum, percurſæ ſunt, ut quadrata temporum quibus percurruntur.* Vis enim pro uniformi in ſpatio infinitè exiguo haberi poteſt, & quæ de corporibus cadentibus demonſtrata
* 131. ſunt *, hìc referri poſſunt.

123. *Si vires differant, ſed tempora fuerint æqualia, ſpatia percurſa ſunt ut vi-*
* 39. *res* *.

124. Ergo *ſpatia infinite exigua, viribus centralibus percurſa, ſunt, ut vires ipſæ, & ut quadrata temporum*; in ratione nempe compoſita ex hiſce ambabus rationibus.

Ex

Ex hiſce deducimus, *Corpus, quod vi centrali in curva retinetur, in ſingu-* 125.
*lis momentis infinitè exiguis moveri juxta leges explicatas * de corporibus pro-* *209. 212.
jectis. Nam, licet corpus tendat ad centrum, ſi ſpatium percurſum ſit infinitè exiguum reſpectu diſtantiæ a centro, lineæ ad centrum ductæ pro parallelis haberi poſſunt.

Sit Curva A F G E in qua corpus movetur; C centrum virium; A D TAB. XV.
tangens ad curvam in puncto A; ponamus A D infinitè exiguam, lineasque fig. 3.
B F & D G ad A C dari parallelas, erunt hæ ut quadrata linearum A B, A D *, quæ ſunt ut tempora quibus A F, A G percurruntur. *212. 209.

SCHOLIUM 2.

De Motu in Circulo.

V*is quæcunque qua corpus in circulo retinetur*, ſi ad circuli centrum dirigatur, 126.
agit ſemper perpendiculariter ad motus directionem; tangens enim ad radium perpendicularis eſt *. Idcirco actio hujus vis nunquam cum motu *18. El. III.
corporis conſpirat, aut contrarie agit, quare *agit eodem modo ac in corpus quieſcens ageret*; hac de cauſa non intereſt utrum vis in omni caſu eodem modo poſſit agere in corpus motum ac in quieſcens ut gravitas, an non.

Moveatur corpus in circulo cujus diameter eſt G L; C centrum circuli 127.
& virium. Detur corpus æquale per A D projectum, velocitate qua cor- TAB. XV.
pus in circulo movetur. fig. 4.

Corpora hæc æqualibus temporibus percurrunt lineas æquales, infinitè exiguas, A B, G H; æqualibus etiam temporibus percurrunt lineolas B E, H I, primum pondere ſuo, ſecundum vi centrali, poſitâ B E verticali, & H I ad G C parallelâ; quæ lineolæ ſunt inter ſe, ut corporis pondus ad vim centralem quæ corpus in circulo retinet *. *39.

Sit D F altitudo à qua cadendo corpus acquirit velocitatem cum qua projectio fit, corpus ſpatium hoc cadendo percurrit dum motu uniformi projectio lineam duplam percurrit *; ſi ergo D F ſit verticalis & A D dupla i- *134.
pſius D F corpus projectum per F tranſibit *: Idcirco AB^q aut GH^q, ad *209.
AD^q, aut $4 \times DF^q$, ut B E ad D F *. *131.

In circulo ducta I *i* parallela G H, id eſt perpendiculari ad diametrum *, *18. El. III.
erunt G *i* aut H I, G I aut G H, & G L, in continuâ proportione *, quare *31. El. III. 8. 4. El. VI.
$GH^q = HI \times GL$.

Memorata proportio mutatur ergo in hanc

$HI \times GL,\ 4 \times DF^q :: BE,\ DF :: BE \times GL,\ DF \times GL$. Alternando
$HI \times GL,\ BE \times GL :: 4 \times DF^q,\ DF \times GL$. Unde deducimus
$HI,\ BE :: DF,\ \frac{1}{4} GL$.

Id eſt *vis qua corpus in circulo retinetur eſt ad corporis pondus, ut altitudo à*
qua corpus cadendo acquirit velocitatem cum qua projectio fit ad quartam partem 128.
diametri.

Si idem corpus in eodem circulo aliâ velocitate *feratur*, conſequentia propor-
tionis manent; mutantur ideo antecedentia in eadem ratione, id eſt *vis cen-* 129.
tralis variat, ut altitudo à qua cadendo corpus acquirit velocitatem cum qua movetur, quæ altitudo *ſequitur proportionem quadrati velocitatatis* *. *131.

Quamdiu autem de eodem circulo agitur tempus periodicum eo minus eſt, 130.
quo

quo velocitas eſt major, & vice verſa, eſtque tempus hoc inverſe ut velocitas, unde patet demonſtratio n. 236. vires cæteris paribus eſſe inverſe ut quadrata temporum periodicorum.

131. TAB. XV. fig. 5. In n. 232. diximus, vires centrales, poſitis corporibus, ut & temporibus periodicis æqualibus, eſſe ut diſtantias a centro, quod ut demonſtremus, ponimus duo corpora æqualia, circulos concentricos B I L, A F M æqualibus temporibus deſcribere; momentis minimis æqualibus arcus ſimiles B I, A F percurrunt. Corpora autem momentis iiſdem per tangentes B H, A D, moverentur, ſi nulla daretur vis centralis; nam propter arcus exiguos ſunt hi tangentibus æquales; Corpora ergo, æqualibus momentis, viribus centralibus, transferuntur per lineas H I, D F, in quorum ratione ſunt vires centrales; has autem lineas eſſe ut diſtantias a centro B C, A C, facile patet.

Supereſt circa motum in circulo ut demonſtremus propoſitionem n. 239. ſint diſtantiæ à centro D & *d*; tempora periodica T, *t*, vires centrales V, *v*;

* 238. ponamus $T^q, t^q :: D^c, d^c$; ergo $\frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q} :: \frac{D}{D^c}, \frac{d}{d^c} :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Sed $V, v :: \frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q}$*;

ergo $V, v :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Q. D. E.

SCHOLIUM 3.

De Motu in Ellipſi.

In hoc, & ſequentibus ſcholiis, ponimus agi de vi quæ in corpora mota ut in quieſcentia agit.

123. TAB. XV. fig. 6. Sit Ellipſis D A E; centrum C; moveatur corpus in Ellipſi, in qua retinetur vi, quæ ad centrum dirigitur; vis hæc determinanda eſt.

Detur Corpus in A, & ſit A I tangens ad Ellipſin; A B diameter; E D diameter ipſi conjugata tangenti parallela *; A L arcus momento exiguo conſtanti deſcriptus; I L, parallela A C, ſpatium eodem momento vi centrali percurſum, quod ſpatium ipſius vis centralis rationem ſequitur *.

* *La Hire ſect. con.* Lib. 2. pro. 10.

Ducantur L G parallela I A, & L H ad A C perpendicularis; ut & A F ad E D normalis; jungantur etiam C & L.

*123.

Triangula rectangula L H G, A F C, ſunt ſimilia propter angulos æquales L G H, A C F *. Ergo L H, L G :: A F, A C; & L H × A C = L G × A F.

* 29. El. 1

Conſtans autem eſt quantitas L H × A C; eſt enim duplum areæ trianguli A L C *, quæ momento conſtanti quo A L deſcribitur proportionalis eſt *.

* 34. El 1.
* 225. 118.

In Ellipſi etiam eſt conſtans quantitas E D × A F *; Ergo E D × A F, eſt ad L H × A C aut L G × A F, id eſt, E D ad L G, ſemper in eadem ratione ubicunque punctum ut A in Ellipſi ſumatur; conſtans idcirco etiam eſt ratio inter ED^q & LG^q. In Ellipſi autem $ED^q, LG^q :: AB^q, AG \times GB$*, aut L I × A B, propter æquales A G & L I, & differentiam infinitè exiguam inter G B & A B; conſtans idcirco etiam eſt ratio inter AB^q & L I × A B, id eſt, inter A B & L I, augetur ideò L I, id eſt, vis centralis in eadem ratione in qua augetur & minuitur A B, aut ipſius dimidium

* *La Hire ſect. con.* lib. 5. prop 21.
* *ibid.* Lib. 3. prop. 3.

AC

A C, quod æquale eſt diſtantiæ corporis à centro; ut notavimus in n. 242.
Si vero dum corpus in Ellipſi movetur vis ad focum dirigatur, hæc rece- 133.
dendo a centro virium decreſcit in ratione inverſa quadrati diſtantiæ, ut
habetur in n. 107. cujus propoſitionis hìc dabimus demonſtrationem.

Sit D A B ſemi Ellipſis; B D axis; C centrum; F focus ad quem vis dirigi- TAB XV,
tur; A I tangens ad Ellipſin in puncto quocunque A; A L arcus infinitè fig. 7.
exiguus.

Ductis A C, A F; ſint L G & C E parallelæ tangenti A I; L I paral-
lela A C; & L *i* æqui diſtans A F; erunt æquales L I & A G, ut & L *i*
& A *g**. A E autem erit æqualis C D ſemi axi majori; ductis enim A *f* ad * 34. El. 1.
focum alium & *f* M etiam ad A I parallelam, erunt anguli A M *f*, A *f* M * *La Hire*
æquales *, & latera A M, A *f*, æqualia *, ſunt etiam æqualia E M, E F * *ſect. con.*
propter æquales C F, C *f**: Ergo E M + M A id eſt E A valet F E + A *f*, & Lib. 8.
eſt E A dimidium ſummæ linearum F A, A *f*, quæ ſimul ſumtæ æquales prop. 8.
ſunt axi B D *. * 5. El. 1.
* 2. El. VI.

Ducantur ulterius L H ad A C normalis, & L *h* cum A F angulos effi- * 105. *l.*
ciens rectos; junganturque puncta H, *h*. * 105. *l.*

Propter angulos rectos A *h* L, L H A, puncta H, *h*, ſunt in circumfe-
rentia ſemi circuli cujus diameter eſt A L *; idcirco anguli *h* L H, *h* A H, * 31 El. III.
ſunt in eodem ſegmento & ideò æquales *: ſunt etiam in eodem ſegmento, * 21. El. III.
& æquales anguli L H *h* & L A *h*; hic autem quia A L eſt infinitè exigua
cum angulo I A *h* coincidit & angulo A E C æqualis eſt *; quare ſimilia * 29. El. I.
ſunt triangula L *h* H, A E C, &

L *h*, L H :: A C, A E aut C D.

Etiam propter triangula ſimilia A *g* G, A E C, A G eſt ad A *g*, aut L I
ad L *i*, ut A C ad A E, aut C D.

Hiſce poſitis concipiamus duo corpora Ellipſin hanc percurrentia, eodem
tempore, quorum unum retineatur vi, quæ ad centrum Ellipſeos C dirigitur,
alterum vi ad focorum alterum F tendente.

Dum corpora ambo arcum exiguum percurrunt A L, primum vi centrali
movetur per I L, ſecundum vi centrali percurrit *i* L, tempora autem quibus
corpora has lineolas percurrunt, ſunt inter ſe ut areæ L A C, L A F *, ponimus * 225. 118. l.
enim integram Ellipſin æqualibus temporibus a ſingulis corporibus percurri;
ideoque in utroque caſu idem tempus periodicum per integram aream repræ-
ſentari. Areæ vero illæ ſunt inter ſe ut harum dupla A C × L H, A F ×
L *h*; hæc autem producta, quia L H, L *h* :: C D, A C, ſunt ut A C × C D ad
A F × A C, id eſt ut C D, ad A F.

Spatia I L, *i* L, viribus centralibus percurſa, quæ ut vidimus ſunt ut A C ad
C D, ſunt etiam in ratione compoſita virium, & quadratorum temporum *, aut li- * 124. l.
nearum C D, A F.

Vis per A C huic lineæ proportionalis eſt, ut demonſtravimus *, & hac * 131. l.
ipſâ lineâ deſignari poteſt; vim per A F dicimus V: ergo

$$A C, C D :: A C \times C D^{q}, V \times A F^{q}$$

Unde deducimus $V = \frac{C D^{c}}{A F^{q}}$; patet igitur propter conſtantem $C D^{c}$, mutato
puncto A, vim V mutari in ratione inverſa quadrati diſtantiæ A F. Q. D. E.

Circa motum in Ellipſi ulterius notavimus *, quod nunc demonſtrabimus, ſi 134.
vis decreſcat in ratione inverſa quadrati diſtantiæ, circulum cujus diameter * 108. l.

axi majori Ellipſeos æqualis eſt, eo tempore a corpore percurri in quo hoc
TAB.XV., Ellipſim ipſam deſcribere poſſet.
fig. 8. Sit ſemi Ellipſis B A D; axis major B D; ſemi axis minor C A; F focus centrum virium. Centro F, & radio F A circulus deſcribatur A P; demonſtrandum tempus periodicum in circulo æquale eſſe tempori periodico in Ellipſi; radius enim F A æqualis eſt ſemi axi majori Ellipſeos, ut ex hujus deſcriptione ſequitur *. (* 105.)

Dentur duo corpora in A, quorum unum in circulo, alterum in Ellipſi moveatur, ſintque A L, A M arcus minimi eodem tempore deſcripti; ſpatia vi centrali percurſa erunt æqualia; quia ambo corpora ad eandem diſtantiam A F a centro dantur: ſpatia autem hæc ſunt *i* L, N M, poſitis A *i* ad Ellipſin & I N ad circulum, tangentibus, ut & N M, & *i* L, ad A F parallelis. Sint etiam I L ad A C, O M ad N A, G L ad A I parallelæ, & ducantur L C, L F, M F.

(* 31 El. iii. & 4 El. vi.) In circulo O M^q æquale eſt 2M N × A F *; nam A F & O F pro æqualibus habentur, & A O, MN, ſunt æquales.

(* La Hire ſect. con. lib. 3. prop. 3.) In Ellipſi A C^q, B C^q aut A F^q :: 2I L × A C, G L^q * $= \frac{2IL \times AF^q}{AC}$. ſunt enim æquales A G, I L, & A C, G C tantum quantitate infinite exigua differunt.

Triangula I *i* L, A C F, ſunt ſimilia quia latera ſunt reſpectivè parallela; ideò

$$FA, AC :: iL, \text{ aut } MN, IL = \frac{MN \times AC}{FA}$$

Subſtituendo pro I L valorem in hac æquatione G $L^q = \frac{2IL \times AF^q}{AC}$ habemus G L^q = 2M N × A F, cui quantitati etiam æquale eſt O M^q, ſunt ergo
134 æquales G L & O M, unde patet *in Ellipſi corpus in extremitate axeos minoris eadem velocitate moveri qua aliud fertur in circulo cujus diameter æqualis eſt axi Ellipſeos majori, ſi eadem vi centrali quæ ad focum Ellipſeos dirigitur, ambo in curvis retineantur.*

Quia curva in A parallela eſt ipſi Axi B D, ſunt æqualia triangula C A L,
(* 37. El. 1.) F A L *; triangula rectangula C A L, F A M, quorum baſes ſunt æquales ſunt inter ſe ut altitudines A C, A F aut C D; In hac eadem ratione ſunt inter ſe areæ Ellipſeos, & circuli. Idcirco alternando area trianguli C A L, aut F A L, ad aream Ellipſeos, ut area trianguli F A M ad aream circuli: ergo tempus in quo corpus movetur per A L ad tempus periodicum in Ellipſi, ut tempus in quo percurritur A M ad tempus periodicum in circulo *; antecedentia ſunt æqualia ideò & conſequentia Q. D. E. (* 125. 118.)

SCHOLIUM 4.

De Motu in orbitâ agitatâ.

136. Detur curva quæcunque, a corpore vi centrali deſcripta, A F; centrum virium C. Dividatur curva hæc ductis radiis ex centro C, C A, C B,
TAB.XV., fig. 9. C D &c, angulos æquales infinitè exiguos inter ſe continentibus.

Concipiamus ſingulos angulos ſervatâ radiorum longitudine æqualiter augeri aut minui, novamque curvam dari *a f* per radiorum extrema tranſeuntem.

Triangula A C B, *a c b* propter baſes æquales C A, *c a*, ſunt inter ſe ut altitudi-

dines*, quæ ſunt ut anguli A C B, *acb*; ſinguli autem anguli in unâ cur- * 1. El. VI.
vâ ſunt ad reſpondentes in aliâ in eâdem ratione; in ſingulis enim curvis ſunt omnes æquales inter ſe; ideo triangula quæcunque reſpondentia ut A C B, *acb*; B C D, *bcd*, ſunt in eadem ratione, & ſummæ quæcunque triangulorum reſpondentium etiam in eadem ratione; idcirco triangula hæc mixta ſunt proportionalia A C E, *ace* :: E C F, *ecf*; & alternando

A C E, E C F :: *ace*, *ecf*.

Ponamus nunc corpus in curva *af* moveri, dum corpus quod vi centrali ad C tendenti curvam A F percurrit; concipiamus ulterius, dum corpus unum percurrit A B, alterum per *ab* transferri, dum primum ad D pertingit, alterum dari in *d*, & ſic ulterius; eodem tempore ergo percurruntur A E, *ae*, & tempore etiam eodem percurruntur E F & *ef*. idcirco tempora quibus A E, E F percurruntur ſunt ut illa quibus per *ae*, *ef* corpus movetur. Tempora autem illa ſunt ut areæ A C E; E C F*; quæ ſunt ut areæ *ace*, *ecf*; in qua ergo * 225. 118.
ratione ſunt tempora quibus per *ae*, & *ef*, corpus transfertur; quæ eadem demonſtratio cum locum habeat, ſumtis arcubus quibuſcunque; ſequitur corpus in curva *af* translatum deſcribere areas lineis ad centrum *c* ductis temporibus proportionales, & retineri in curvâ vi centrali ad *c* tendenti *. * 416. 119.

Concipiamus nunc curvam A C circa centrum C moveri ita, ut motus TAB XV. fig. 10.
angularis curvæ ſequatur proportionem motus angularis corporis in hac curva agitati: dum corpus in curva ab A ad F movetur ipſius motus angularis eſt A C F, ponamus curvam interea transferri motu angulari, lineamque *a*C ad ſitum A C perveniſſe, anguloſque A C F, A C *a* dum augentur eandem ſemper inter ſe rationem habere; quare erunt etiam in ratione conſtanti anguli *a*C F, A C F.

Si nunc hæc ratio illa ſit quæ in figura præcedenti datur inter angulos *acf*, Fig. 9.
A C F, & moveatur corpus, retineaturque vi centrali in curva quieſcente A E F, aliudque corpus eodem modo percurrat curvam ſimilem & æqualem, ut dictum, agitatam, hoc ultimum, ut facile patet, revera movebitur in curvâ *a e f* quieſcente.

Hinc deducimus *corpus omne quod vi centrali curvam quamcunque deſcribit, eandem curvam, circa centrum virium mobilem, vi aliâ centrali deſcribere poſſe.* 137.

De differentia inter vires has centrales nunc agendum.

Sint A, B, D, tria parum admodum a ſe invicem diſtantia puncta curvæ 138.
cujuſcunque a corpore, vi centrali ad C tendenti percurſæ; detur G B H tan- TAB XV. fig. 11.
gens ad curvam in puncto B; ſintque G D, H A, ad B C parallelæ: ponimus G B, B H æquales inter ſe, ideoque A B, B D æqualibus temporibus percurri.

Propter diſtantiam inter puncta A, B, D, infinitè exiguam, vis centralis in motu per hæc puncta non mutatur, ideò temporibus æqualibus quibus A B, B D percurruntur, æqualiter vi centrali a recta deflectitur corpus, id eſt hujus via æqualiter incurvatur, ex qua æquali deflectione ſequitur æquales eſſe inter ſe H A, G D.

Angulus quem curva quæcunque cum tangenti efficit eſt infinitè exiguus 139.
ideoque H A & D G ſunt infinite exiguæ reſpectu H B, H G; quare cum hæ ſint æquales, & infinitè exiguæ, ſunt æquales anguli B C A, B C D.

Sint ulterius anguli A C *a*, D C *d*, æquales inter ſe; & centro C deſcripti arcus circulorum A *a*, D *d*. Evidentiſſime patet puncta *a*, B, *d*, eſſe pun-

 cta

ctâ curvæ in qua corpus movetur, ſi in curva A B D mobili feratur, poſito motu angulari curvæ ad motum angularem corporis, ut angulus a C A ad an-
136. gulum A C B; & in hoc motu corpus ab a ad B fertur eodem tempore, in quo in curvâ quieſcente ab A ad B pergit.

Ponamus F B I, in puncto B, tangere curvam a B d, & ad B C parallelas dari I a, F d; quia æqualibus temporibus percurruntur a B, B d, ſunt æquales I B, B F quæ iiſdem temporibus ſublatâ vi centrali poſſet percurri;
138. ſuntque etiam æquales F d, I a; quod eâdem demonſtratione evincitur qua probavimus æquales H A, G D.

Jungantur F, G ut & H, I; & ducantur D E parallela F G, & A L parallela H I; producatur E D ad O ſecans B C in N.

Propter æquales B H, B G, & B I, B F, ut & æquales angulos H B F,
4. El. 1. F B G, ſunt æquiangula & congrua triangula F B G, B H I, quare ſunt
27. El. 1. æquales F G, H I quæ etiam parallelæ ſunt: quare etiam æquales & pa-
30.34. El. 1. rallelæ A L E D; Sunt quoque æquales L a, E d, cum ſint quantitatum reſpective æqualium differentiæ: A a & D d, angulorum æqualium menſuræ, in circulis, quorum radii infinitè parum differunt, ſunt etiam æquales; ideò
8. El. 1. æquiangula ſunt triangula A L a, D E d, & æquales anguli A L a, D E d;
29. El. 1. hic autem æqualis eſt angulo O N C, & ille angulo D N C, propter crura parallela; quare ſunt æquales & recti anguli O N C, D N C.

140. Eo tempore quo, vi centrali, in curvâ mobili percurritur F d, in curva quieſcente, vi centrali, percurritur G D, quæ æqualis eſt F E; ideò ſpatium differentiâ virium eodem tempore percurſum eſt E d. Punctum autem E in hac figura determinatur ductâ per D perpendiculari ad B C.

141. Hiſce poſitis, ſit centrum virium C, & moveatur corpus in curvâ A E G
TAB. XV. fig. 11. ita circa centrum C agitatâ, ut motus angularis curvæ ſe habeat ad motum angularem corporis in curva circa idem centrum C, ut angulus a C A ad angulum A C E. Sit E G continuatio curvæ A E; centro C radio C G deſcribatur arcus F G g; ductiſque E C, G C, fiat angulus G C F ad E C G, ut angulus a C A ad A C E. Dum corpus percurrit E G in curva A E, motu curvæ punctum G ad F transfertur & corpus percurrit E F, tempore quo potuiſſet percurrere E G in curva quieſcente. Per G ad E C ducatur perpendicularis G H, quæ utrimque continuata ſecat E C in H & C F continuatam in f; & erit f F ſpatium differentiâ virium percurſum, poſitis angu-
140. lis F C G & G C E infinite exiguis.

Si, ſumpto puncto E alio quocunque, E G & E F ita determinentur, ut æquali tempore deſcribantur ubicunque detur punctum E; id eſt, areæ E G C,
115. 118. E F C, determinatam habeant magnitudinem, lineola f F differentiæ viri-
123. um proportionalis erit.

Area E G C dicatur N; & M area E F C; poſitis N & M quantitatibus determinatis. Habemus $EC \times GH = 2N$ & $EC \times fH = 2M$; unde deducimus $GH = \frac{2N}{EC}$ & $fH = \frac{2M}{EC}$; ut & $fH + GH$, id eſt $fg = \frac{2M + 2N}{EC}$, & $fH - GH$, id eſt $fG, = \frac{2M - 2N}{EC}$. Ex proprietate circuli eſt $fG \times fg$
36. El. III. $= fF \times fI$ ſumtis F C & C I æqualibus.

Æquatio hæc, ſubſtituendo pro f G & f g valores, mutatur in hanc

4 M

$\frac{4M^q - 4N^q}{EC^q} = fF \times fI$; ſed, propter fF infinitè exiguam, fI valet $2FC$ & quia infinitè parum differunt CF, EC, una pro aliâ uſurpari poteſt: ergo iterum mutatur æquatio in hanc $\frac{4M^q - 4N^q}{CF^q} = 2fF \times CF$: idcirco $fF = \frac{2M^q - 2N^q}{CF^c}$. Numerator hujus fractionis eſt conſtans quantitas ſequitur ergo fF, id eſt differentia virium, rationem inverſam denominatoris, nempe, cubi diſtantiæ a centro.

Vis hæc eſt exceſſus qua vis centralis in curva mobili ſuperat vim in curva quieſcente & motus curvæ cum motu corporis conſpirat.

Quando punctum f cadit inter G & H, eadem demonſtratio locum habet, ſed vis centralis in curvâ quieſcente excedit aliam, & curvæ motus in contrariam partem dirigitur. Si autem punctum f inter H & g, aut ultra g cadat, agitur de motu corporis in contrariam partem ex E ad A.

Ex hiſce omnibus deducimus. *Si corpus vi centrali quacunque curvam deſcribat, ſuperadditâ, aut detractâ, vi quæ ſequatur rationem inverſam cubi diſtantiæ, eandem curvam, circa centrum virium mobilem, corpus deſcribere.* 142. *Si vis ſuperadditur motus curvæ cum motu corporis ad eandem partem tendunt.* 143. *In contrarias partes diriguntur ſi vis detrahatur:* 143.

SCHOLIUM 5.

De Motu in Ellipſi agitatâ.

Corpus in Ellipſi retinetur vi centrali ad focum tendente & juxta rationem 145. inverſam quadrati diſtantiæ decreſcente*, ſi ſuperaddatur vis quæ decre- *107.s ſcat in ratione inverſa cubi diſtantiæ, eandem corpus deſcribit Ellipſim trans- 133.s latam ita, ut eandem partem verſus motus ipſius cum motu corporis dirigatur * Vis ultima magis decreſcit, auctâ diſtantiâ, quam prima; idcirco ſum- *142.s ma virium, celerius decreſcit quam juxta rationem inverſam quadrati diſtan- 143.s tiæ, unde conſtat propoſitio n. 112.s.

146. Simili demonſtratione conſtat n. 113.s; nam ſi ex vi quæ ſequitur rationem inverſam quadrati diſtantiæ tollatur vis, quæ ſequatur rationem inverſam cubi diſtantiæ, id eſt primâ celerius decreſcens, quæ ſupereſt lentius quàm juxta rationem inverſam quadrati diſtantiæ, auctâ hac, minuitur.

147. In n. 111.s, 112.s, 113.s, egimus de viribus, juxta rationem, a ratione duplicatâ inverſa diſtantiæ parum aberrante, decreſcentibus, aut de curvis circulis finitimis; quia in hiſce caſibus in propoſitionibus error ſenſibilis non datur, licet vires ſequantur rationem aliûs poteſtatis cujuſdam diſtantiæ; in quo caſu Mathematicè loquendo curva non eſt Ellipſis mota juxta leges explicatas, ad quod *107.s. requiritur vis, quæ eſt ſumma aut differentia virium, quarum una ſequitur ra- 133.s. tionem inverſam duplicatam *, alia inverſam triplicatam, diſtantiæ *. *142.s

Ut autem ex dato motu angulari Ellipſeos vim addendam aut detrahen- 141. dam, & vice verſa ex data hac, motum curvæ determinemus, Tab. XV. fig. 13.

 ſit

ſit A extremitas axeos majoris; F focus centrum virium; a A portio circuli centro F, radio F A deſcripti; A L Ellipſeos portio.

Ponamus dum corpus in Ellipſi fertur per A L, ipſam curvam motu angulari a F A transferri; anguloſque a F L, A F L eſſe inter ſe ut M ad N. Ponimus etiam angulos hos eſſe infinite exiguos.

In a & A ad circulum a A ducantur tangentes $a\,i$, E A I, ſibi mutuo occurrentes in E, & quarum ultima etiam Ellipſin tangit in A; ducantur etiam A B, L I, ad a F parallelæ, ultima propter infinite exiguos arcus a A, A L, pro parallela haberi poteſt ipſi A F; tandem ſint A C ad a B, & L G ad A I parallelæ.

* 36. El. III. Sunt æquales E a, E A*, ideoque a E & E B, quæ E A æqualis eſt. Propter triangula ſimilia E B A, E i I, eſt

$$EB \text{ aut } \tfrac{1}{2}aB,\ Ei \text{ aut } ai - \tfrac{1}{2}aB :: BA,\ iI;$$

a B autem ſe habet ad $a\,i$, ut angulus a F A ad a F L, id eſt, ut M − N ad M: ergo

$$BA,\ iI :: \tfrac{1}{2}M - \tfrac{1}{2}N,\ \tfrac{1}{2}M + \tfrac{1}{2}N :: M - N,\ M + N.$$

Ex circuli proprietate a C aut B A, a A aut a B, & diameter, ſunt

* 31. El. III. 8. El VI. in continua proportione*; ergo $BA = \frac{aB^q}{2AF}$. Ellipſis in extremitate a-

* La Hire ſect. con. lib. 7. cor. prop. 6. xeos majoris coincidit cum circulo cujus diameter eſt axeos parameter*; id eo ſi hæc dicatur 2 R, erit $IL = \frac{AI^q}{2R} = \frac{Bi^q}{2R}$: ſed $\frac{aB^q}{2AF}$ ſe habet ad $\frac{Bi^q}{2R}$,

ut $\frac{\overline{M-N}^q}{AF}$ ad $\frac{N^q}{R}$; idcirco

$$IL,\ AB :: \frac{N^q}{R},\ \frac{\overline{M-N}^q}{AF}.$$

Sed ut vidimus A B, I i :: M − N, M + N; ergo ex compoſitione rationis

$$IL,\ Ii :: \frac{N^q \times \overline{M-N}}{R},\ \frac{\overline{M-N}^q \times \overline{M+N}}{AF} = \frac{\overline{M^q - N^q} \times \overline{M-N}}{AF} :: \frac{N^q}{R},\ \frac{M^q - N^q}{AF}.$$

Eodem tempore percurruntur I L & i I, prima vi qua corpus retinetur in Ellipſi quieſcente, ſecunda differentiâ vis hujus cum vi qua corpus in Ellipſi mobili retinetur, ergo vis in Ellipſi ad differentiam hanc, ut $\frac{N^q}{R}$

* 123. ad $\frac{M^q - N^q}{AF}$ *.

Dicatur $\frac{N^q}{AF^q}$ vis qua corpus in Ellipſi retinetur in puncto A, & fiat

$$\frac{N^q}{R},\ \frac{M^q - N^q}{AF} :: \frac{N^q}{AF^q}, \text{ ad differentiam virium } \frac{RMM - RNN}{AF^c}$$

Si

Si agatur de diſtantia alia quæcunque quæ dicatur D, vis qua corpus reti-
netur in Ellipſi hac analogia detegitur *, *107.ſ. 133.ſ.

$$\frac{1}{AF^q},\ \frac{1}{D^q} :: \frac{N^q}{AF^q}$$ ad vim quæſitam $\frac{NN}{DD}$.

Differentia virium detegitur hac regulâ *, *142.ſ

$$\frac{1}{AF^c},\ \frac{1}{D^c} :: \frac{RMM-RNN}{AF^c}$$ ad differentiam quæſitam $\frac{RMM-RNN}{D^c}$.

Idcirco vis integra qua corpus in Ellipſi mobili retinetur ſequitur propor- 149.
tionem $\frac{NN}{D^q}+\frac{RMM-RNN}{D^c}$, quando corpus & Ellipſis ad eandem
partem tendunt. Si motus hi fuerint contrarii vis proportionalis eſt
$\frac{NN}{D^q}-\frac{RMM+RNN}{D^c}$.

SCHOLIUM. 6.

De Computatione motuum Apſidum in curvis parum cum circulo differentibus.

Apſides dicuntur extremitates axeos majoris Ellipſeos in qua movetur corpus, quod vi ad focum tendente retinetur. Agitur hic de motus Apſidum determinatione, id eſt de motu angulari Ellipſeos, poſitâ vi, quæ ſequatur rationem poteſtatis cujuſcunque diſtantiæ, in quo caſu motus ad Ellipſin mobilem referri non poterit, niſi agatur de curvâ à circulo parum differente *. *147.ſ

Lemmatica autem propoſitio præmittenda eſt. Quadratum hujus quanti- 150.
tatis $a-b$ eſt $aa-2ab+bb$, ut cubus formetur ſingulæ quanti-
tates hujus quadrati per $a-b$ multiplicari debent, productum duarum prima-
rum per has eſt $a^3-3aab+2abb$ & in reliqua parte producti adſcendit b
ad majorem quàm ad primam poteſtatem.

Ut ex cubo formetur quarta poteſtas, ſingulæ cubi quantitates per $a-b$ multiplicari debent; multiplicatis duabus primis, habemus $a^4-4a^3b+3aabb$ & in reliquis quantitatibus totius poteſtatis elevatur b ultra primam poteſtatem.

Sic continuando clarè patet: *Si agatur de poteſtate quantitatis* a—b, *cujus index ſit* 151.
n, *primos terminos eſſe* $a^n - n\,a^{n-1}b$, *& in reliquis omnibus dabitur* b *ad poteſta-
tem magis elevatam.*

Poſitis nunc quæ in Scholio præcedenti ſunt demonſtrata; dicatur H di- 152.
ſtantia omnium maxima A F; & X differentia indeterminata inter H & D;
re-

reducendo duas fractiones $\frac{NN}{D^q} + \frac{RMM - RNN}{D^c}$ ad unicam habemus $\frac{DNN + RMM - RNN}{D^c}$, ſubſtituendo in numeratore pro D valorem H—X, vis in Ellipſi mobili proportionalis eſt $\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^c}$.

Detur nunc vis quæ ſequatur rationem cujuſcunque poteſtatis diſtantiæ, cujus poteſtatis index ſit n—3, id eſt vis eſt ut $D^{n-3} = \frac{D^n}{D^c} = \frac{\overline{H-X}^n}{D^c} =$

151. $\frac{H^n - nH^{n-1}X + \&c}{D^c}$ in reliquis terminis numeratoris ultra primam poteſtatem adſcendit X; ideò hi omnes exigui ſunt reſpectu illorum qui hìc ponuntur, quia X exigua eſt reſpectu H: ponimus enim curvam cum circulo parum differrre. Si nunc motus corporis quod vi hac in curva retinetur referri debeat ad motum in Ellipſi mobili, vis hæc analoga ponenda eſt cum vi qua corpus in tali Ellipſi revera retinetur, ſunt ergo analogæ quantitates hæ $\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^c}$ & $\frac{H^n - nH^{n-1}X}{D^c}$ id eſt propter communem denominatorem, ſunt analogi numeratores.

In Ellipſi à circulo parum differenti, H cum ſemi parametro R vix dif-
*105. fert, ut ex generatione Ellipſeos * & parametri definitione ſequitur *; ergo —RNN + HNN ſeſe mutuo deſtruunt & RMM fit HMM; quantitatesque analogæ ſunt HMM—NNX & $H^n - nH^{n-1}X$, id eſt partes conſtantes ſunt inter ſe ut indeterminatæ quæ per X multiplicantur; ergo HMM, NNX :: H^n, $nH^{n-1}X$: dividendo antecedentia per H, conſequentia per X, & dividendo terminos ſecundæ rationis per H^{n-1} habemus

* La Hire ſect. con. dec poſt. 105. lib 3.

$$MM, NN :: 1, n. \&$$

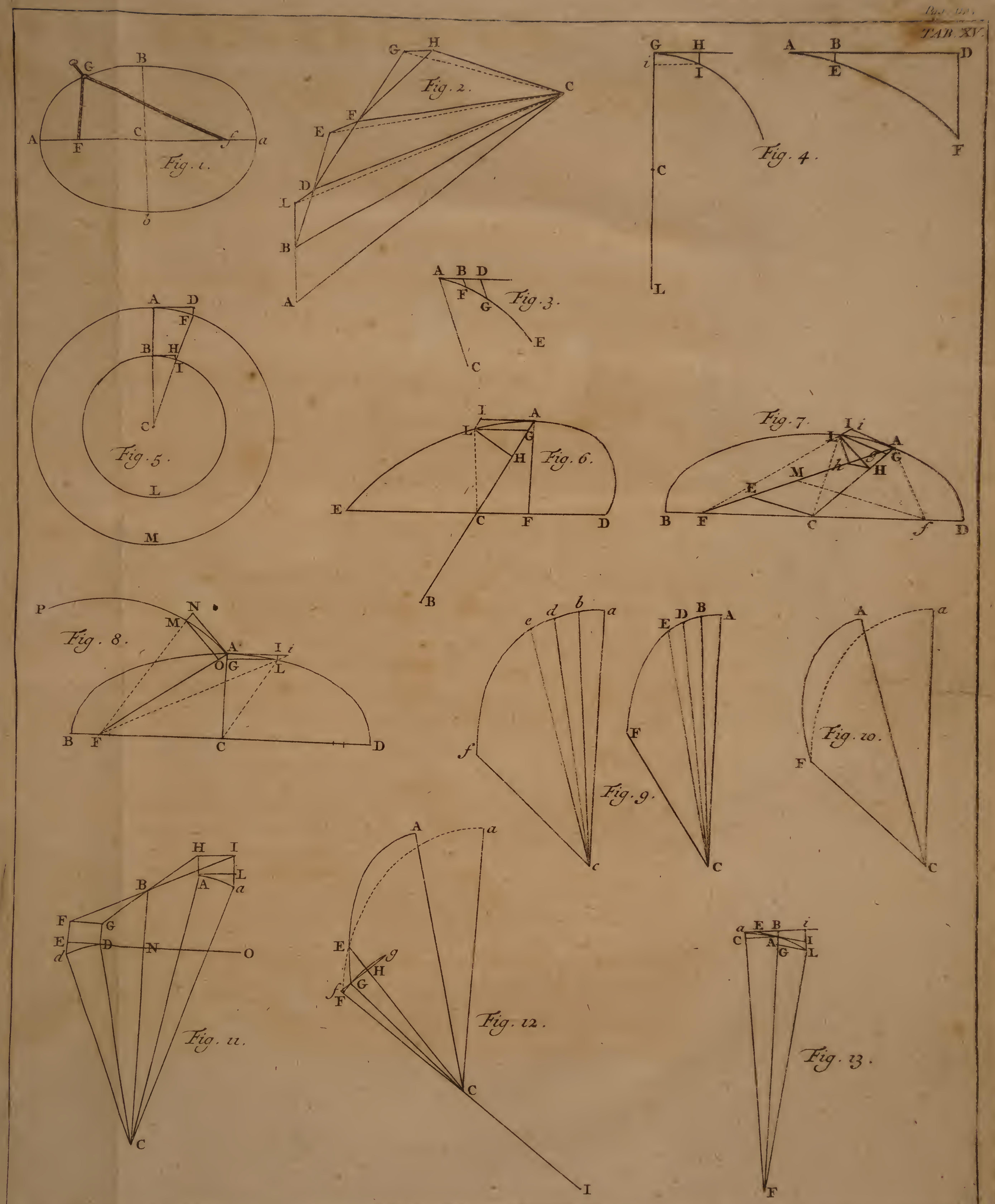
$$M, N :: 1, \sqrt{n}$$

153. Id eſt, *motus angularis corporis in Ellipſi translatâ ſe habet ad ipſius motum angularem in eadem Ellipſi quieſcente, ut unitas ad radicem quadratam numeri, qui tribus excedit indicem poteſtatis, cujus rationem vis ſequitur*

Ex dato igitur motu angulari curvæ, poteſtas quam ſequitur vis detegitur & vice verſa ex datâ poteſtate detegitur motus curvæ angularis.

154. Exemplum unicum dabo, quod uſum ſuum habet in Aſtronomicis Detur corpus quod movetur in Ellipſi quæ ſingulis revolutionibus tribus gradibus progrediatur, id eſt motus ipſius in curva translata eſt 363 grad dum in orbe quieſcente foret 360 grad.; M ergo ad N, ut 363. ad 360. aut ut 121 ad 120; & MM ad NN ut 14641, ad 14400: ergo $n = \frac{14400}{14641}$, & poteſtas diſtantiæ cujus proportionem ſequitur vis eſt $\frac{14400}{14641} - 3 = -\frac{29523}{14641}$ quare vis eſt reciprocè ut $D^{\frac{29523}{14641}} = D^{2\frac{241}{14641}} = D^{2\frac{4}{243}}$ proximè.

Lo-


TAB. XV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

Loco illorum quæ habentur in cap. XX. XXI. XXII. a pag. 49. ad pag. 67. ſequentia ſubſtituenda ſunt.

De Viribus corporibus motis inſitis.

Vi inſitâ corpus de loco in locum transfertur, de virium comparatione nunc agendum; quod ut ordine fiat, de harum geneſi quædam præmittenda erunt.

Vidimus antea corpus ex loco moveri, ſi preſſio, con-
traria preſſione non deſtructa, in illud agat *; quod ergo *33.
obtinebit, *ſi corpus nullo obſtaculo retineatur*: quacunque 155.
celeritate corpus cedit hanc in perpetuum ſervabit quamdiu
causâ extraneâ non deſtruitur *. Si continuetur preſſio in *144.
corpus, *augetur celeritas* jam acquiſita, illudque *quam diu
corpus premitur.*

Nulla unquam datur preſſio ſine reactione ipſi preſſioni 156.
æquali *; ubi non contraria preſſione deſtruitur, ſed ob- *126.
ſtaculum movet preſſio, vimque generat, ex obſtaculi inertiâ oritur reſiſtentia, aut reactio.

Pro parte ſæpe contrariâ preſſione deſtruitur preſſio, quod ſupereſt in hoc caſu movet obſtaculum, & vim generat; ſic navis quæ fune trahitur, ab aquâ patitur reſiſtentiam, quamdiu hæc minor eſt preſſione illâ, qua funis trahitur, augetur navis celeritas, & reactio, quæ actioni æqualis eſt, cum utramque partem verſus funis æqualiter diſtentatur, pro parte inertiæ navis tribuenda eſt. Ubi, auctâ celeritate, eo uſque reſiſtentia aquæ crevit, ut ſola actionem deſtruat, qua navis protrahitur, motu æquabili, vi inſitâ, progreditur hæc; duabus preſſionibus in hanc agentibus ſeſe mutuo deſtruentibus.

In omni caſu in quo preſſione obſtaculum movetur, aut hu- 157.
jus motus mutatur, non contrariâ preſſione in totum deſtruitur preſſio, & *vis generatur.*

Clare etiam patet *preſſionem minuere* poſſe corporis cele- 158.

ritatem, ideoque *vim*; eodem modo ac auget celeritatem & vim.

Videmus, vim eſſe effectum integrum preſſionis, quæ per tempus finitum in corpus egit, preſſio autem ipſa, ſingulis
159. momentis infinite exiguis deſtruitur. Ergo *preſſio omnis*
160. *reſpectu vis inſitæ eſt infinite exigua.* Id circo *vis minima maximam poteſt ſuperare preſſionem.*

Qui conati ſunt experimentis preſſionem cum vi inſitâ conferre effectum preſſionis conſiderarunt in quo corpus fuit confractum, aut partes intropreſſæ, quod ſine motu
*157. locali, ideoque geneſi vis inſitæ *, fieri non potuit, cujus vis inſitæ effectus, cum effectu alius vis fuit collatus.

In his omnibus non agitur de preſſione infinite magna, quæ tempore finito vim generat infinite magnam. Quando preſſio vim generat non in acceleratione æquales gradus
161. velocitatis æquali actione communicantur; *ut* enim *æquales gradus velocitatis corporibus æqualibus*, quorum unum quieſcit, alterum movetur, *æqualibus actionibus communicentur*; *requiritur ut illud quod in corpora agit reſpectu utriuſque eandem habeat relationem*; id eſt, deſideratur ut cauſa movens eâdem velocitate cum corpore moto feratur, in quod tunc poterit agere ut in corpus quieſcens: actio autem qua cauſa movens transfertur ſuper addenda eſt actioni hujus ipſius, ut habeamus actionem integram qua corpus move-
162. tur. Unde deducimus *difficilius corpus accelerari quam moveri.*

163. Sint elaſtra infinite parva *e*, *e*, *e*, *e*, &c, juncta inter ſe,
TA. XVI. fig. 1. & flexa, quæ, ſi ad priſtinam redeant figuram, illam acquirant, quæ in E repræſentatur, & per ſpatium infinite exiguum ſeſe expandant. Elaſtrorum hæc eſt proprietas, ut, ſi, dum ſe expandunt, in corpus ſibi relictum premant, huic vim integram, cum qua ſe expandunt, communicent, ſi ad partem oppoſitam obſtaculo immobili inſiſtant. Elaſtrum E communicat corpori P gradum velocitatis infinitè exiguum. Ut elaſtrum ſequens corpori æqualem gradum

ve-

velocitatis communicet, requiritur ut elaſtrum, dum ſeſe expandit, ea velocitate feratur, quam corpus jam acquiſivit, aliter non ageret in corpus motum, ut E in corpus quieſcens egit; prætereа requiritur, ut in hoc motu inſiſtat Elaſtrum translatum obſtaculo, quod verſus partem oppoſitam cedere nequeat; id eſt propellendum eſt ea vi, qua hoc propellit corpus; quod obtinebit, ſi elaſtro ſimili ſeſe expandente propellatur. Duo ergo elaſtra eodem momento ſeſe expandentia requiruntur, ut ſecundus gradus celeritatis corpori communicetur, id eſt vis deſideratur dupla illius, qua primus gradus corpori communicatur. Simili demonſtratione patebit, tria elaſtra, eodem momento ſeſe expandentia, aut vim triplam requiri, ut communicetur tertius velocitatis gradus & ſic de cæteris. Poſitis nempe gradibus velocitatis infinitè exiguis ne in ſingulis gradibus varii gradus dentur, & poſitis elaſtris ſine inertiâ, ne ad hæc transferenda vis quædam conſumatur, quæ ut Mathematica ſit demonſtratio ponenda ſunt. Patet ergo vim, qua gradu infinite exiguo corporis celeritas augetur, eo majorem deſiderari, quo corpus majorem jam acquiſivit celeritatem, vimque hanc in ratione celeritatis jam acquiſitæ augeri; unde ſequitur *corpus accelerationi reſiſtere in ra-* 164.
tione velocitatis ſuæ. Eademque actione gradum quemcunque velocitatis tolli qua communicari potuit.

Unde ſequitur *difficilius corpus accelerari quam retarda-* 165.
ri. Si Ex. gr. corpus decem habeat gradus velocitatis, minori impetu tollitur decimus, quàm communicatur undecimus.

Etiam patet, *corporis, quod velocitate finita fertur*, id 166.
eſt quod habet gradus velocitatis infinitè exiguos infinito numero, *velocitatem gradu infinitè exiguo non poſſe augeri, niſi actione in infinitum ſuperante actionem, qua æqualis gradus infinite exiguus communicari poſſet corpori quieſcenti* *. *164.

Et ne quis objiciat demonſtrationem locum non habere, 167.
ſi ſucceſſiva non detur, qualem poſuimus, Elaſtrorum re-

F 2 la-

laxatio; ſed velocitatem communicari corpori quieſcenti proportionalem numero illorum quæ ſimul relaxantur. *Reſp.* Talem quidem eſſe velocitatem Elaſterii primi ſepoſitâ, ut fecimus, horum inertiâ, & ſepoſitâ omni actione in corpus; poſitâ autem hac negamus velocitate tali moveri elaſterium primum, quod non corpore celerius moveri poteſt; hujus autem celeritatem ex præcedenti demonſtratione deduci debere liquet, quia relaxatis ſimul elaſteriis, corpus tamen ſucceſſivè omnes gradus velocitatis ſuæ acquirit ita, ut demonſtrata de diverſis elaſteriis referri debeant in hoc caſu ad ſucceſſivam partium relaxionem in Elaſtris.

168. Ex præcedenti demonſtratione * etiam deducimus, juxta
* 163. 5. quam rationem, auctâ corporis velocitate, augeatur vis corpori inſita. Elaſteria ſeſe expandentia agunt in corpus, cui nullum reſiſtit obſtaculum; ideo integram qua ſe expandunt vim corpori communicant; cùm autem elaſteria ſint æqualia; vires ſunt ut numeri Elaſteriorum, quorum expanſione communicantur. Corpus verò expanſione Elaſteriorum non poteſt celeritatem acquirere, niſi motu accelerato, ita ut
TA. XVI. fig. 2. per ſingulos gradus minores velocitatis tranſeat. Sit A F celeritas corporis; A b, b c, c d, &c. gradus infinitè exigui celeritatis, A b primus, b c ſecundus, &c. per quos omnes tranſit corpus antequam acquirat celeritatem A F. Parallelogramma A b h e, b c i f, c d l g, &c. ſunt inter ſe reſpectivè, ut numeri Elaſteriorum, quibus gradus velocitatis primus, ſecundus, tertius, &c. acquiruntur; ideoque areæ A d l e, A F G e, ſunt inter ſe ut numeri elaſteriorum, quibus velocitates A d, A F acquiruntur, id
169. eſt ſunt hæ areæ inter ſe ut *vires* ejuſdem corporis, aut duorum *corporum æqualium*, hiſce velocitatibus motorum; cùm autem lineæ A e, e h, h f, f i, &c. ſint infinitè exiguæ; areæ A d l e, A F G e à triangulis ſimilibus a d l, a f g,
* 19. El. 6. non differunt, & *ſunt inter ſe ut quadrata* laterum homologorum*, aut *velocitatum* A d, A F, quod confirmabimus experimentis; ſed pauca antea præmittenda ſunt.

Vi-

Vires eſſe inter ſe ut quadrata velocitatum, aliis demonſtrationibus, quæ ex principiis quæ nil inter ſe, neque cum his quæ hìc ponuntur commune habent, deductis, in ſequentibus etiam demonſtrabo, ubi de viribus obliquis, & de reſiſtentia fluidorum, agam.

Vires, quas corpus cadendo acquirit, ſunt ut altitudines, quas cadendo percurrit, ab initio caſus; ſunt enim hæ ut quadrata velocitatum in fine deſcenſus *. Cum propoſitio hæc ſequentibus Experimentis immediatè demonſtretur, patet *gravitatem, quæ æqualibus temporibus æquales corpori communicat gradus celeritatis,* non iidem æquales gradus vis communicare*,* ſed illud, quo corpus ad Tellurem tendit, cum ipſo corpore moveri *, dum in corpus motum agit, ut in quieſcens. 170. *131. 171. *129. *164. *161.

Si corpora fuerint inæqualia, æqualibus velocitatibus mota, vires inſitæ ſunt inter ſe ut quantitates materiæ in ſingulis; Vis enim corporis eſt ſumma virium omnium particularum ex quibus conſtat, & ſingulæ particulæ minimæ æquales vires habent æquales, ſi velocitate eâdem ferantur; idcirco in corporibus æque velocibus ſunt vires, ut numeri particularum æqualium materiæ in ſingulis. 172.

MACHINA.

Qua corporum motorum vires conferuntur.

Aſſeris A B longitudo eſt unius pedis, latitudo decem pollicum, craſſities pollicum duorum. Excavatur hic in *a b c d* ad profunditatem unius pollicis cum ſemiſſe, & cum pedibus E E, E E, quibus ſuſtinetur firmiter connectitur. 173. TA. XVI. fig. 3.

Pedibus hiſce etiam quatuor ſuſtinentur columnæ ligneæ C D, C D, C D, C D, ad angulos ipſius aſſeris. Columnarum altitudo excedit paululum pedes tres. Duæ, quæ pede eodem, juxta latitudinem aſſeris poſito, inhærent, regulis minoribus *e e*, *e e*, *f*, *f*, *g*, *g*, *h*, *h*, junguntur ita, ut regula R R, tranſiens inter minores reſpondentes, parallela ſit ſuperficiei aſſeris.

Tres globi (fig. 4.) æquales, diametri ſeſquipollicis, ex

ære formantur; ſolidus unus eſt C, reliqui duo cavi; conſtant hi ſinguli ex hemiſphæriis duobus A, *a*, & B, *b*, quæ cochleâ junguntur. Globorum pondera ſunt inter ſe ut unum, duo, tria.

Ubi Experimenta inſtituenda ſunt, argillâ molli, & homogeneâ, exacte repletur cavitas *a b c d*, & cultro ligneo, quod ex argillâ prominet, abraditur, ut hujus ſuperficies non modo exacte plana ſit, ſed & idem formet planum cum illo quod ex aſſeris ſuperficie ſupereſt, cavitatiſque oras format.

Regula memorata R R inferius paululum juxta longitudinem, excavata eſt, ut globum quemcunque ex memoratis recipiat, qui in G videtur, dum manu M tenetur. In hoc ſitu inferius globi punctum ab argillæ ſuperficie diſtat pollicibus novem. Diſtantia hæc dupla eſt, ſi regula R R tranſcat inter regulas *f*, *f*, *f*, *f*; ſi inter regulas *g*, *g*, tripla; quadrupla verò ſi ponatur R R inter regulas *h*, *h*.

EXPERIMENTA 1^a.

174. TA. XVI., fig. 3. 5. Poſitâ regulâ R R, inter regulas *e*, *e* ſucceſſive dimittantur globi ænei tres, hiſce oleo antea illinitis; hi argillâ pro parte immerguntur cavitateſque formant, eo majores quo globi graviores ſunt. Cavitates tres A, B, C, repræſentantur in fig. 5.; punctis notatæ lineæ cavitatum profunditates demonſtrant.

Leviori globo cavitas A formata eſt, globum hunc vocamus primum; ſecundum dicimus illum cujus pondus duplum eſt, & qui cavitatem formavit B; tandem tertium vocamus globum ſolidum, cujus pondus eſt primi triplum, & qui cadendo ab altitudine novem pollicum cavitatem formavit C.

175. Si regula R R poſita ſit inter regulas *f*, *f*, & globi dimittantur, cavitates formantur, quæ in fig. 5. notantur litteris B, D, E.

176. Si R R detur inter *g*, *g*, & globi primus & ſecundus dimittantur, cavitates formantur C, E. (fig. 5.)

177. Tandem dimiſſo ab altitudine maximâ, poſitâ R R inter *h*, *h*, globo primo cavitas formatur D. (fig. 5.)

I-

Ipſæ autem cavitates ſunt ſphæræ ſegmenta quæ ſunt inter ſe ut numeri in ipſis poſiti 1. 2. 3. 4. 6. 178.

Ut pateat, his Experimentis, quæ de viribus ſunt demonſtrata, confirmari, conſiderandum, *vim inſitam illud eſſe* 179. (quodcunque hoc fuerit) quod datur in corpore moto; & non datur in corpore quieſcente, id eſt; illud *quo corpus motum, in obſtaculum incurrens, in hoc agit*; Corpus autem ipſum dum agit, nullam patitur actionem, exceptâ reactione ex obſtaculi reſiſtentiâ, quæ reactio cum actioni æqualis ſit *; *126. ſequitur *corpus pati quantum agit*; & actionis effectum in 180. obſtaculum ſequi rationem ipſius vis amiſſæ; diminutio enim ipſius vis eſt effectus reactionis; unde deducimus, vires integras proportionales eſſe effectibus quibus conſumuntur, quod etiam aliâ conſideratione evidens eſt.

Quo major eſt reſiſtentia quam patitur corpus, quo ipſius actio inſtantanea major eſt, & eo citius integram amittit vim, effectum tamen æqualem edit; nam vis quæ reſiſtentiâ deſtruitur, proportionem ſequitur ipſius reſiſtentiæ; & temporis per quod egit, id eſt vis amiſſa ſequitur rationem compoſitam reſiſtentiæ & temporis; quam eandem rationem ſequitur actio corporis, & effectus quem edit;

Ita ut iterum pateat *vim amiſſam effectui; quem edit dum deſtruitur, proportionalem eſſe, ſive breviori ſive longiori tempore deſtruatur.* 181.

Actio preſſionis eſt indeterminata, & *manente intenſitate* 182. *ſequitur rationem temporis per quod egit. Vis autem corpori inſita, datis ipſius maſſâ, & velocitate, determinata eſt, & determinatum tantum edere poteſt effectum*, quod breviori aut longiori præſtatur tempore; pro majori aut minori, quam patitur, reſiſtentia *. *182.

Quando corpus cavitatem formando in argillâ, motum cadendo acquiſitum *amittit*, ſuperat preſſionem quâ 183. partes argillæ inter ſe cohærent, & reſiſtentiâ, quam hanc ſuperando preſſionem patitur, vis ipſa minuitur, & tandem in totum deſtruitur; *effectus* ergo *vis*, in hoc caſu dum corpus amittit motum, eſt ſeparatio partium argillæ dum juxta

ſe

ſe invicem hæ moventur, qui effectus *proportionem ſequitur numeri particularum motarum*, & *ſpatii ab his in motu juxta ſe invicem percurſi*, & ſive hoc lentius ſive celerius fiat, cohæſio ſuperanda eadem eſt, & evidentiſſimum eſt in du-
184. bium minime vocari poſſe, *Vires eſſe æquales quæ formando in eâdem argillâ cavitates æquales*, & *ſimiles*, *conſumuntur.*

185. Dimiſſis globis tribus ab altitudine novem pollicum vires
TA. XVI. fig. 5. ſunt ut 1. 2. 3. * cavitates formantur A, B, C *; cavitates
* 172. hiſce æquales habemus ſi globus primus ſucceſſivè dimitta-
* 174. * 174. tur ab altitudinibus novem *, octodecim * & viginti ſeptem
* 175. * 176. pollicum *; in hoc ergo caſu vires ſunt ut altitudines, id eſt
* 131. ut quadrata velocitatum *.

Si globus primus & ſecundus dimittantur ab altitudine
* 172. octodecim pollicum vires ſunt ut 1, 2 *, & cavitates forman-
* 175. tur B & D *; hiſce æquales habemus ſi globus primus di-
* 175. mittatur ſucceſſive ab altitudine octodecim pollicum * &
* 177. ab altitudine trium pedum *, ita ut iterum pateat vires eſſe ut altitudines. Concluſiones ſimiles ex aliis experimentis deducuntur.

Dum cavitas formatur ſingula augmenta minora ſunt inter ſe ut numeri particularum quæ cedunt, & ut ſpatia per quæ inter alias moventur. id eſt, augmenta hæc ſunt ut
* 183. vires quas corpus hæc augmenta formando amittit *: ideo-
186. que augmentorum ſumma, id eſt integra *cavitas*, *ſequitur proportionem* ſummæ virium amiſſarum, id eſt, *vis amiſſæ in formatione integræ cavitatis.* Quod cum memoratis
* 178. Experimentis congruit *.

EXPERIMENTA 2.

187. Ex Ebore formantur cylindri duo A B, D C, diametri
TA. XVI. fig. 6. ſeſquipollicis, hemiſphericæ ſunt extremitates A, D, conicæ reliquæ B, C. Minoris longitudo eſt fere duorum pollicum cum ſemiſſe; alter duobus pollicibus longior eſt, & hujus pondus duplum exacte eſt ponderis alterius. Cum his cohærent fila in extremitatibus conicis.

Deſideratur ut in extremitatibus A & D axium eandem ha-

habeat ebur elaſticitatem, quod facilius obtinetur quàm quis forte crederet; ſi ad illud attendamus ut puncta illa coincidant cum axe ipſius dentis, quamvis in hoc puncto elaſticitas omnium minima ſit, ad quod hîc non attendimus.

Scrupulus omnis circa æqualitatem hanc elaſticitatis tolli poteſt, ſi duo cylindri conſtruantur æquales, & ſimiles cylindro D C; dimittantur hi a diverſis, ſed ſemper pro ambobus æqualibus, altitudinibus, quod ut fiat filis ſuis ut C *c* retinentur, quibus relaxatis impingunt cylindrorum partes ut D in planum horizontale, quod ex cæruleo marmore deſideratur, & probe admodum firmatum, paululum etiam madefactum, ut color magis ſit intenſus. In impactu partes elaſticæ intropremuntur maculamque notabilem admodum & circinnatam cylindri in marmore, aut potius in humido vapore quo obtegitur, relinquunt; ſi amborum cylindrorum maculæ, ubi ab æqualibus altitudinibus deſcendunt, in omni caſu ſint æquales, eandem cylindros in locis ut D elaſticitatem habere extra dubium erit. His expertis unus ex cylindris a parte C minuendus eſt, ut magnitudinem habeat A B, id eſt dimidium ponderis ſui amittat.

Si nunc cylindrus C D dimittatur ab altitudine novem pollicum, & A B ab altitudine octodecim pollicum maculæ in marmore erunt quam exactiſſime æquales. 188.

Si A B ab altitudine trium pedum, id eſt prioris quadruplà, dimittatur, macula major erit & diametri erunt ut 5 ad 6 proximè, 189.

Elaſteria æqualia, & ſimilia, viribus æqualibus æqualiter flecti quis in dubium vocavit? dum enim relaxantur vires exerunt æquales illis quibus fuere flexa: æqualem autem, dum relaxatur elaſterium, ſemper exerit vim, ubi inflexio eſt eadem, ſive lentius ſive celerius fuerit inflexum, clarum ergo eſt vires æquales habuiſſe cylindros A B & C D ubi hoc cecidit ab altitudine novem illud ab altitudine octodecim pollicum. Si ambo ab altitudine cecidiſſent novem pollicum vis cylindri C D dupla fuiſſet *; duplicata ergo fuit vis cylindri 190.

*172.

A B, duplicatâ altitudine, id eſt vis ut altitudo aucta fuit; id eſt ut quadratum velocitatis *.

* 177. 1. Si autem vis creſceret ut velocitas juxta magis receptam ſententiam, duplicanda fuiſſet velocitas ad duplicandam vim, hanc autem in hoc caſu magis fuiſſe auctam experimento

* 239. 1. patuit *.

Licet abunde ſatisfactum mihi videatur illis, qui vires non ſtatuunt proportionales effectibus quibus conſumuntur, hìc experimenta quædam nihilominus addam, quibus conſtabit æqualibus edendo effectus vires conſumi æquales, licet inæqualibus temporibus effectus edantur.

EXPERIMENTUM 3.

191. Formatur ex ebore (potuiſſet ex ligno duriori & gravio-

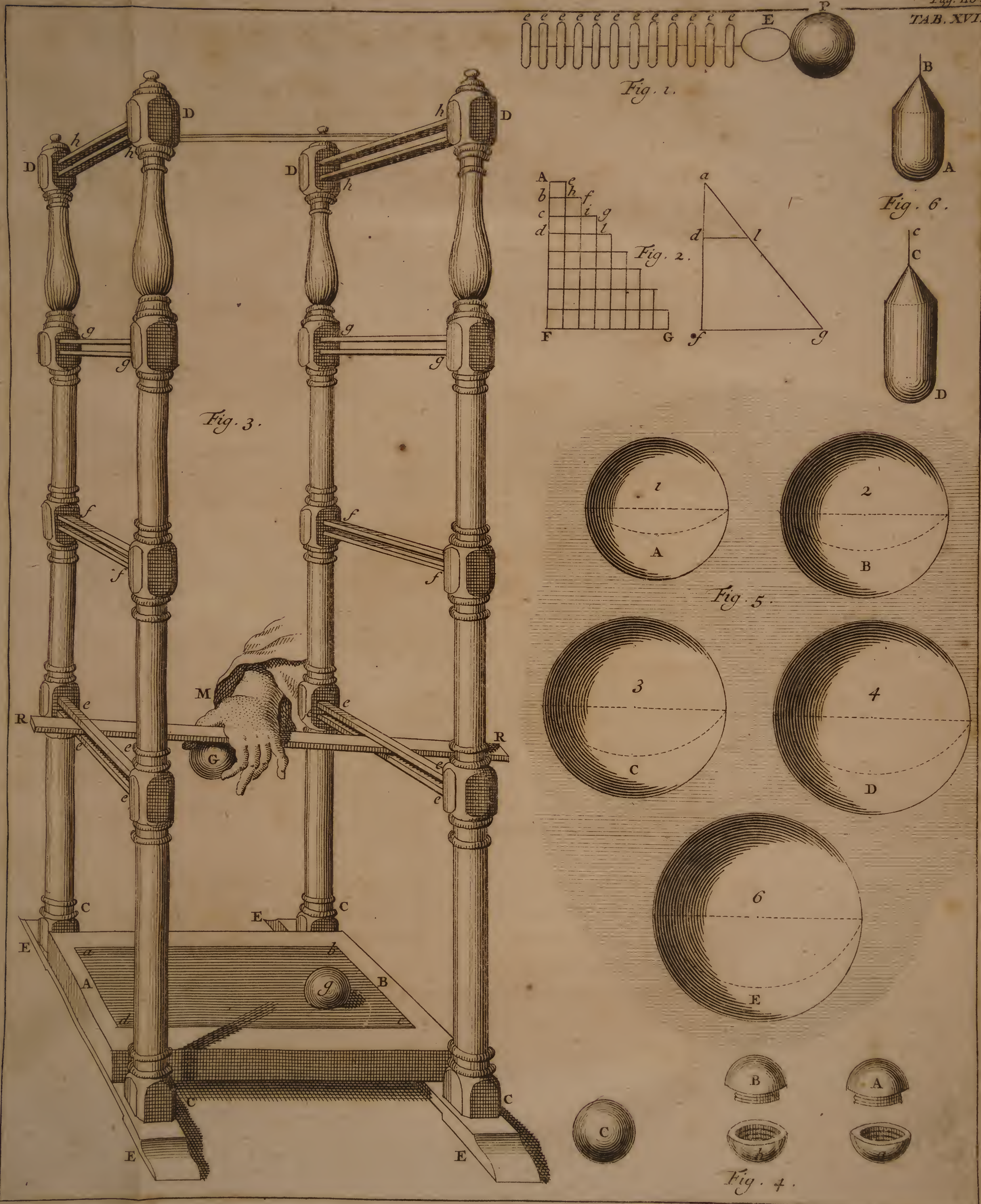
TA. XIX. fig. 1. ri formari) cylindrus cujus ſectio per axem in A B repræſentatur, angulus in hac ſectione C A D eſt 120. gr. angulus E B F eſt 54. gr. 20″; B G æqualis eſt tribus partibus quartis unius pollicis. Ut cylindrus hicce ſuſpendatur, lamellæ æneæ perforatæ dantur H & I, ut & duplicatus uncus in medio in L, cui fila connectuntur quæ per lamellarum H, I, foramina tranſmittuntur. Lamella H ita ponitur ut dimiſſa perpendiculari ad axem, A *h* ſit trium partium quartarum unius pollicis.

Applicatur cylindrus hic machinæ, cujus ope Experimenta circa colliſionem corporum inſtituuntur, & cujus deſcriptio in n. 212. ſequenti habetur, dum eidem machinæ firmiter jungitur pixis, in eâdem deſcriptione memoranda, argillam mollem cujus ſuperficies plana eſt, continens.

In argillam dimittatur cylindrus velocitate quacumque, & motum amittat cavitatem formando, extremitate A in argillam incurrente. Si, mutato paululum pixidis ſitu, eâdem velocitate cylindrus in argillam impingat, extremitate B in hanc penetrante; quæcunque fuerit velocitas qua corpus in utroque caſu movetur, ſi in utroque eandem habeat velocitatem, id eſt impactione eandem vim amittat; cavitatum diametri erunt ut 2 ad 3.

* 2. El. xii. Cavitatum baſes, quæ ſunt ut quadrata diametrorum *,

ſunt


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

ſunt ut 4 ad 9, & cavitatum profunditates ut 9 ad 4, (hoc enim ex conorum forma ſequitur) id eſt baſes ſunt inversè ut altitudines, quare cavitates ſunt æquales *; ideoque effectus * 15. El. XII. virium æquales *; inæqualibus tamen temporibus vires * 183. s. conſumuntur cum ad inæquales profunditates in argillam penetrent coni.

Vires corporibus inſitæ, inter ſe differre non poſſunt, niſi 192. reſpectu velocitatis, aut quantitatis materiæ in corporibus: ergo vires quæcunque, ex dictis * conferuntur inter ſe, & * 169. s. 172. s. *ſunt in ratione compoſita quantitatum materiæ, & quadratorum velocitatum.* Si igitur ſingulorum corporum maſſæ per quadrata ſuarum velocitatum multiplicentur, producta virium rationem exprimunt.

Ex his facillime deducimus *corpora cadendo vires æquales acquirere, ſi altitudines, quas deſcendendo percurrunt, ſint inter ſe in ratione inverſa maſſarum.* 193. In Experimentis hujus capitis primis cavitates, & in ſecundis partium elaſticarum introceſſiones, fuere æquales, ubi corpora cecidere ab altitudinibus quæ erant inversè ut maſſæ.

Vires vero ipſas *eſſe in* hac *ratione inverſa maſſarum, ſi* 194. *velocitates fuerint reciprocè ut maſſæ*, facile etiam liquet.

Sint maſſa corporis cujuſcunque M & velocitas V; alterius corporis maſſa m & hujus velocitas v: & ponamus $m, M :: V, v$, id eſt $M \times V = m \times v$; hinc deducimus, $V, v :: M \times V^q, m \times v^q$, multiplicando V & v per æquales quantitates: Sed $M \times V^q$, $m \times v^q$ ſunt ut vires *; * 192. s. quæ ergo ſunt ut velocitates, id eſt inversè ut maſſæ.

De Colliſione corporum.

DEFINITIO I.

Celeritas qua duo corpora, ad ſe mutuo accedunt, aut ſeparantur, vocatur celeritas reſpectiva. 195.

Quando corpora ambo ad eandem partem tendunt, ad ſe invicem accedunt, aut ſeparantur, velocitate, quæ æqualis eſt 196.

 dif-

197. *differentiæ velocitatum abſolutarum. Velocitas autem reſpectiva eſt ſumma velocitatum abſolutarum, ſi motuum directiones ſint contrariæ.*

DEFINITIO 2.

198. *Impactio duorum corporum dicitur directa, ſi directio motus, aut motuum, quando ambo moventur, tranſeat per ſingulorum gravitatis centra; ſi hæc eadem linea, quæ per ambo centra gravitatis tranſit, ſecet partes ſuperficierum quæ in ſe mutuo incurrunt; tandem ſi hæ ſuperficies quæ in ſe mutuo incurrunt ad lineam, quæ per centra gravitatis tranſit, ſint perpendiculares.*

DEFINITIO 3.

199. *In omni alio caſu ictus dicitur obliquus.*

200. *Quando corpus motum in aliud incurrit*, in hoc agit, a-
* 180. ctioque rationem ſequitur reſiſtentiæ quam patitur *; & *quantum agit tantum ex vi inſitâ amittit.*

201. Non hic agam de corporibus perfectè duris, talia nulla novimus, & inutile foret in hiſce colliſionum leges determinare, quod an ſine errore factum eſſet experimentis determinari non poſſet.

202. *Omnia* autem *corpora nobis nota conſtant ex partibus inter ſe cohærentibus*, vi cujus effectum novimus, & cujus cauſa nos latet: Sed verâ *preſſione* partes inter ſe cohærere, cuicunque cauſæ hanc tribuamus, in dubium nemo vocabit.

* 168. Nulla datur preſſio, quæ minimâ inſitâ vi ſuperari non
203. poteſt *; ergo *nulla datur corporum colliſio ſine quadam partium introceſſione.*

De colliſione corporum in genere hoc capite agam; ex-
204. plicandum ideo *quid obtineat in corporibus non elaſticis*; nam & hoc ipſum *in elaſticis locum habet, in momento in quo corpora concurrunt*, antequam partes intropreſſæ ad priſtinam figuram redeant.

205. Hac figuræ inſtauratione *corpora elaſtica* ſeſe mutuo repellunt; idcirco *poſt ictum ſeparantur.* Nulla autem talis
206. datur actio *ſi omni elaſterio deſtituantur*; ergo *poſt impactum di-*

directum non ſeparantur; nam in impactione hac, directio mutari non poteſt, & ideo *in eâdem lineâ ambo motum continuant, in qua ante ictum movebantur*, & in qua a ſe invicem non repelluntur.

Dum partes corporum intropremuntur deſtruitur vis * quæ *158.
preſſionem qua cohærent * ſuperat; Ergo *corpus in aliud* *202. 207.
incurrere non poteſt, aut duo in ſe mutuo, ſine diminutione ſummæ virium.

In corporibus elaſticis partes ictæ ad priſtinam redeunt figuram, & redeuntes premunt in corpus, cujus actione introceſſere, hac preſſione nova generatur vis, ſed de hac nondum agimus, *in* ipſis *corporibus elaſticis datur*, 208.
ante figuram inſtauratam, diminutio virium, de qua hìc agimus.

Quando corpus, non ictu alius corporis, ſed *preſſione movetur*, 209.
ſi hæc minor ſit illa qua partes cohærent, ſine partium introceſſione corpori motus communicatur.

Nulla in corporum colliſione vis deſtruitur, niſi quæ ad 210.
partes intro premendas requiritur. Ponamus primo corpora ad eandem partem tendere, antecedens neceſſario tardius alio movetur, & ictu acceleratur, conſequens vero quia in aliud agit ex vi ſua amittit. Effectus vis amiſſæ eſt augmentum vis in antecedente, & introceſſio partium, & effectus hic valet vim amiſſam à conſequente *. Sed illa, quam acquiſivit antecedens, non *200.
eſt vis deſtructa, ergo ſola hæc deſtruitur, qua partes introcedunt. Secundo, tendant corpora in partes contrarias, in hoc caſu corpora ambo ſibi mutuo reſiſtunt, non modo inertiâ, ſed etiam viribus inſitis, quo vero major eſt reſiſtentia, eo magis partes comprimuntur, eoque major partium introceſſio, ita ut vires impropriè dicantur ſeſe mutuo deſtruere, vi ſua corpus corpori reſiſtit, quâ natâ reſiſtentiâ vis corporis alius deſtruitur, ſuperando preſſionem qua partes cohærent. Paradoxa hæc propoſitio, *vim nun-* 211.
quam immediate vim deſtruere, experimentis extra dubium eſt, quibus conſtat introceſſiones in corporibus ejuſdem ge-

 neris

neris, (nempe quorum partes æqualiter cohærent,) eſſe æquales, ſi vires æquales ictibus deſtruantur, ſive corpora tendant ad eandem partem; ſive directionibus contrariis ferantur, viribus æqualibus, aut utcumque inæqualibus; ſive in obicem firmum impingat corpus; ut, præmiſsâ machinarum deſcriptione, exponam.

Vide Machinæ deſcriptionem, quæ habetur in n. 170. pag. 50.

MACHINA
Alia, cujus ope eadem Experimenta circa colliſiones inſtituuntur.

212. Hîc & aliam, quam eodem fundamento cum præcedenti nixam conſtrui curavi machinam, etiam exponam. Varia huic addidi, quæ & præcedenti applicari poſſunt, ita ut omnia experimenta, quibus hæc inſervit, & primâ inſtitui poſſint, magis tamen commodè adhibitâ hac ſecundâ.

TAB. XVIII. fig. 1. Conſtat hæc ex aſſere verticali A B D C, cujus longitudo B C eſt trium pedum; altitudo AD circiter decem pollicum, craſſities fere ſeſqui pollicis.

Huic aſſeri, aut Tabulæ, applicantur, eodem modo ac in præcedenti machina, regulæ æneæ diviſæ E G, E G, ut & indices majores, M, M, & minores, qui hìc non delineantur.

Pede ſuſtinetur Tabula ita, ut D ad altitudinem circiter duorum pedum cum ſemiſſe elevetur.

Columna H pedis poſt tabulam, quæ ipſi applicatur, continuatur, & ſuſtinet tenuiorem columnam L, quæ tamen pro parte ipſi tabulæ ſuperimponitur ita, ut ſuperficies anterior ligni ſuperioris *k* ſit in eodem plano cum ſuperficie A B D C.

Columna H in ſuperiori parte, ubi huic columna L ſuperimponitur, excavatur, ut recipiat prominentiam in inferiori parte columnæ L, quæ prominentia poligona eſt & exacte cum cavitate congruit, in qua firmatur cochleâ. Cum columnâ L cohæret tabula lignea I I, cujus craſſities

eſt

eſt ſemi pollicis & cujus uſus eſt, ut columnam in tali ſitu firmet, in quo hujus axis lineæ D A continuatæ, parallelus eſt.

Pars columnæ ſuperior ſeparatim in R exhibetur, parti huic applicatur regula ænea quadrata S S, longitudinis circiter octo pollicum, latitudo & altitudo quartæ parti pollicis æquales ſunt. Horizonti regula hæc parallela eſt ut & ſuperficiei ligni R, à quo diſtat tribus partibus quartis unius pollicis. Ut firmetur cohæret cum prominentiis *t*, *t* quæ cochleis ad partem poſticam ligni K retinentur. TAB. XVIII. fig. 2.

Regulæ huic unci junguntur quatuor Y, V, V, Y, diſtantia inter medios V, V, eſt ſeſqui pollicis, hujuſque diſtantiæ punctum medium datur in plano, quod concipitur perpendiculare ad ſuperficiem K & per axem columnæ *l* tranſit; diſtantia Y Y eſt trium pollicum.

Juxta regulam hanc S S tubuli duo quadrati moventur, qui ad libitum cochleis firmantur, & cum quibus unci exigui, ſtatim memoratis ſimiles, cohærent. Tandem in medio & in extremitatibus regulæ foramina dantur *f*, *f*, *f*, æqualiter à ſe in vicem diſtantia, poſitis extremis a ſe mutuo remotis ſeptem pollicibus cum ſemiſſe,

Ut in præcedentis machinæ deſcriptione monui, ſex deſiderantur globi eburnei diametri ſeſqui pollicis ut A. Loco majorum globorum utimur tribus cylindris eburneis quorum diametri globorum diametris æquales ſunt. Duorum ſectio per axem repræſentatur in C; tertii ſectio datur in B; cylindri B pondus duplum eſt ponderis globi A ejuſdem diametri cum cylindro; cylindrorum ſingulorum ut C pondera tripla ſunt ponderum globorum. TAB. XVIII. fig. 3.

In his cylindris cavendum ut axis dentis eburnei, ex quo formantur, perpendiculariter ſecet axem cylindri circiter in hujus medio. Ubi globus cum cylindro, aut duo cylindri, ſimul machinæ applicantur cavendum ut convexitas unius alterius planam ſuperficiem tangat.

Ex ebore, aut ligno duriore & graviore, ulterius quatuor formantur cylindri, quorum duorum minorum ſectiones per TAB. XVIII. fig. 4.

axem

axem exhibentur in D, reliquorum in E, & F.

Si ex ebore formentur ad ſitum axeos dentis non attendimus, quia elaſticitate ſua in Experimentis non agunt.

Horum cylindrorum diametri ſunt etiam ſeſqui pollicis, in extremo uno ad formam hemiſphærii terminantur, extremum alterum coni formam habet angulusque *m l n* eſt centum graduum: angulos centum & viginti graduum, ut & nonaginta graduum, in experimentis adhibui, ſed anteponendum vidi angulum centum graduum. Pondera cylindrorum ſunt inter ſe ut duo, tria, & quatuor.

TAB. XVIII. fig. 5. Cylindri etiam duo cavi formantur ex ligno; quorum diametri externæ ſeſqui pollicis ſunt, minor longitudinis eſt trium poll., major quinque poll.; repræſentatur ille in *g*, & amborum ſectiones per axem videntur in G & H. Separatio in cavitate utriuſque datur ad diſtantiam unius pollicis ab extremitate unâ; videntur hæ in *a a*, *a a*, & *a b* eſt unius pollicis, craſſities ligni in *b* eſt octavæ partis pollicis. Majorem lignum habet craſſitiem in reliqua cylindri parte, ubi nempe cavitatem majorem circumdat. Cavitas minor, ubi experimenta inſtituenda ſunt, argillâ repletur, & quæ prominet cultro ligneo abraditur, ut unita ſit ſuperficies in quam cylindri, ultimum memorati, in experimentis incurrunt; in majorem cavitatem, minori aut majori copiâ argilla intruditur pro diverſo pondere cylindro communicando.

Cylindri omnes eburnei & lignei ſequenti methodo ſuſpenduntur. Ductâ lineâ in ſuperficie cylindri cujuſcunque ut *g* ad axem parallelâ, in hac duæ tenues lamellæ perforatæ, aut exigui annuli, *o*, *o*, firmantur ut & duplex uncus *v* in medio. Foramina in lamellis *o*, *o*, non majora ſunt, niſi ut per hæc duplicatæ chordæ citharæ tranſmittantur.

Lamellæ hæ omnes ita ponuntur, ut ductis ad cylindri axes perpendicularibus à centris foraminum; quales in cylindro D. (fig. 4.) *o h*, *o h*, perpendiculares hæ axem ſecent in *h*, *h*, ad diſtantiam trium partium quartarum poll.

ab

ab extremitatibus *p*, *l*. Notandum tamen reſpectu cylindrorum cavorum, ſatis eſſe ſi hæc tantum obſerventur reſpectu lamellarum, quæ ad partem cavitatum minorum dantur.

Cum globis ſingulis, ut A (Fig. 3), etiam lamella exigua perforata *o* jungitur in eo loco ubi dentis axis tranſit, & uncus exiguus *c* ad exiguam â lamella diſtantiam ponitur.

Globi & cylindri filis tenuibus, aut chordis citharæ, ſuſpenduntur, fila hæc cum paxillis *p*, *p*, *p*, *p*, cohærent, & tranſeunt ſuper uncis *v*, *v*, *z*, *z*; in extremitatibus oppoſitis fila duplicantur formato nodo ad diſtantiam aliquot pollicum ab extremitate, & per foramina lamellarum exiguarum tranſmittuntur, & unco duplici connectuntur. Hac methodo cylindri P & Q ſuſpenduntur, quàm facillimè etiam tolluntur, manentibus filis, quibus cylindri alii annectuntur. TAB. XVIII. fig. 1.

In hac ſuſpenſione diſtantia inter uncum ut *z*, & vicinum *v*, requiritur, quæ in cylindro datur inter lamellas per quas fila transmittuntur, quod admoto cylindro facillime menſuratur.

Eadem diſtantia deſideratur inter extremitatem G regulæ E G & notam *n*, quæ ad eandem partem cum regula datur, & a linea A D diſtat tribus partibus quartis unius pollicis.

Cochleis ferreis F, F, F, ita diſponitur Machina ut cylindrorum ſeparatio lineæ A D reſpondeat, & ut hi parum admodum diſtent a plano A B D C.

Quando globus ſuſpenditur, connectitur filo tranſeunti ſuper unco *v*, & extremitas G regulæ E G notæ *n* admovetur.

Quando cylindrus cavus ſuſpenditur minor cavitas lineam A D verſus datur.

Corpora ad eandem altitudinem ſuſpendenda ſunt, & ut cylindrorum axes horizonti paralleli ſint cavendum; his inſervit linea *h h* horizonti parallela in ſuperficie tabulæ ducta, cui lineæ partes cylindrorum inferiores reſpondere debent.

Propter filorum amborum, quibus cylindrus quicunque ſuſpenditur, paralleliſmum, & æqualitatem, axis in motu ſuo paralleliſmum ſervat & ſingula corporis puncta æquali-

ter deſcendunt, eâdemque velocitate moventur, ubi in loco infimo ad quem pervenire poteſt cylindrus in aliud corpus directe incurrit.

Velocitates corporum ante & poſt impactum, ut de præcedenti machinâ dictum, menſurantur, attendendo ad fila externa quamdiu agitur de motu corporum ad illam partem lineæ A D ad quam ſuſpenduntur; ſi autem agatur de motu corporis ut P ultra A D, verſus C, interius filum adhibendum, & regulæ E G, qua ad partem C datur, extremitas G admovenda eſt notæ *n*, quæ ad partem B datur.

TAB. XVIII. fig. 6. Lignum N in quibuſdam experimentis applicatur tabulæ A B D C ita ut hujus latus *c e* cum linea A D congruat, firmaturque cochleis per foramina *i*, *i*, in tabula, & ſciſſuras *d g*, *d g*, in ligno, tranſeuntibus. Cochleæ hæ in T repræſentantur, horum capita ſuperficiei averſæ tabulæ A B D C applicantur, poteſtque lignum hoc ad varias altitudines firmari.

Excavatur lignum hocce in R ad profunditatem pollicis unius, cavitatis hujus altitudo *c e* eſt quatuor pollicum, latitudo duorum pollicum, lignique craſſities in *c e* octavæ partis pollicis tantum eſt.

Ubi Experimentis lignum hocce inſervit cavitas argillâ repletur, cultroque ligneo prominentem argillam abradimus, ut ſuperficies unita ſit. In hanc argillam cylindri incurrunt, ubi corpora in obicem firmum impingenda ſunt.

Experimentum I.

213. TAB. XVIII. fig. 1. Lignum N (Fig. 6.), repletâ hujus cavitate argillâ molli, applicandum eſt tabulæ A B C D, ibique firmandum, ſublato nempe corpore Q, & in loco corporis P cylindrus F (Fig. 4.) ſuſpendendus eſt ita, ut conus, qui oleo illiniri debet, argillam verſus dirigatur, & ut inferior ſuperficies cylindri lineæ *h h* reſpondeat.

Dimittatur cylindrus ab altitudine quinque graduum & impingendo in argillam vim ſuam amittet, formando cavitatem: partes enim argillæ ſolæ cedunt, cum hujus partes multo minus cohæreant, quàm partes eboris aut ligni, & major preſſio minorem vincat. Ca-

Cavitas hæc menſuranda eſt & tollendum lignum N. Maſſa corporis eſt quatuor, velocitas quinque; ergo vis *192. centum * deſtructa fuit formando cavitatem.

Cavitas minor cylindri G (Fig. 5.) argillâ replenda eſt, ſuperficieſque abradenda cultro ligneo, ut unita ſit; deinde ponderandus eſt cylindrus, tantumque argillæ adjiciendum, ut cum cylindro D (Fig. 4.) æqualiter ponderet, quæ argilla majori cavitati intrudi debet.

Suſpenſis nunc cylindris ita, ut pars conica cylindri D (Fig. 4.), oleo illinita, alium verſus dirigatur; à partibus oppoſitis ſinguli a diviſione quinta dimittendi ſunt, in ſe mutuo incurrunt, poſt ictum quieſcunt, & cavitas in argilla formatur. Menſuranda eſt hæc; ſingulorum corporum maſſæ valent duo, velocitates ſunt quinque, ergo ſingulorum vires quinquaginta *, & vis tota in colliſione deſtructa valet etiam cen- *192. tum.

Iiſdem manentibus, unitâ iterum ſuperficie argillæ in cavitate minori cylindri, dimittendi ſunt ambo ab eadem parte, unus ab altitudine quinque, alter ab altitudine quindecim; poſt ictum non ſeparantur & ſimul ad diviſionem decimam adſcendunt; ſi enim huic diviſioni index applicetur ad ipſum pertingit filum, non autem ad illum pertingit hoc, ſi magis index removeatur. Et hìc cavitas formatur, quæ menſuranda eſt. Unius corporis maſſa eſt duo, velocitas quindecim; ergo vis quadringenta & quinquaginta, alterius vis eſt quinquaginta, & ſumma virium ante ictum quingenta. Poſt ictum maſſa eſt quatuor & velocitas decem; ergo vis quadringenta: vis ergo ictu deſtructa etiam eſt centum ut in duobus præcedentibus experimentis.

In tribus hiſce caſibus cavitates quâm exactiſſimè ſunt æquales, quod Experimentis confirmandum erat. In primo & tertio caſu vires non fuere contrariæ, & niſi ſuperando partium cohæſionem potuiſſe vim quandam deſtrui clare patet.

Experimenta potuiſſent eodem modo inſtitui, partibus 214. cylindrorum hemiſphæricis in argillam incurrentibus, ſed ca-

 vi-

vitates conicæ exactius poſſunt conferri, quod ad Experimenta ſequentia etiam debet referri.

Motu duobus corporibus communi corpora hæc in ſe mu-
215. tuo agere non poſſunt; pendet ergo ictus a *velocitate reſpectivâ*, qua *manente*, *intenſitas impactionis eadem erit*, *quomodocunque celeritates abſolutæ varient*; ab intenſitate hac pen-
216. det *partium introceſſio*, quæ ergo *ſemper eadem erit*, *ſi duo corpora eâdem velocitate reſpectivâ in ſe mutuo incurrant*, *quibuſcunque velocitatibus moveantur.*

EXPERIMENTUM 2.

217. Suſpenſis cylindro quocunque ex tribus qui in Fig. 4. de-
TAB XVIII, fig. 4. 5. lineantur, & quolibet ex cylindris cavis, Fig. 5.

Hujus minor cavitas argillâ repleatur, ut in deſcriptione machinæ & experimento 1? dictum, & in majorem cavitatem argillæ quantitas quæcunque intrudatur; dimittantur hi, unus à decimâ quintâ, alter à quintâ diviſione, ad eandem partem, & menſuretur cavitatis diameter.

Unitâ iterum argillæ ſuperficie incurrat cylindrus unus velocitate decem in alium quieſcentem, & iterum menſuretur cavitatis diameter.

Tandem, iterum unitâ argillæ ſuperficie, cylindrus unus dimittatur ab altitudine quartæ diviſionis, alter a ſexta diviſione, & in partes contrarias tendant, menſureturque iterum cavitatis diameter.

196, In hiſce tribus caſibus velocitates reſpectivæ ſunt æquales,
197. cavitates etiam minimè differunt.

Vires æquales conſumuntur in formandis cavitatibus æ-
*186. qualibus *; nulla vis perit niſi quæ in cavitatibus forman-
*210. dis conſumitur *; ergo *quomodocunque duo corpora movean-*
218. *tur, ſi eadem fuerit velocitas reſpectiva, eadem vis ictu*
*216. *deſtructa erit* *. Hanc idcirco determinabimus in omni concurſu duorum corporum, manente velocitate reſpectivâ, ſi hoc fiat in uno caſu.

219. *Si corpora duo, ſive æqualia, ſive utcunque inæqualia in contrarias partes lata*, in ſe mutuo incurrant, poteſt, datâ velocitate reſpectivâ, ita componi horum motus, ut quod li-

ſibuerit alium poſt ictum ſecum ferat, unde ſequitur, caſum dari, in quo *poſt ictum quieſcunt.*

In hoc caſu *ſumma virium* abſolutarum valet vim in omni caſu, poſitâ eadem velocitate reſpectivâ, deſtructam*. *218.s
In hoc eodem caſu ſumma hæc *eſt*, *ſervatâ velocitate reſpectivâ omnium minima:* ſi enim ſumma minor daretur, minor vis ictu periret, quod impoſſibile *. *218.s

220. *Summam* autem *hanc eſſe omnium minimam, ſi poſitis directionibus contrariis, celeritates fuerint inverſe ut maſſæ*, & in hoc caſu ſolo eſſe minimam, in ſcholio ſequenti 1. demonſtramus.

221. Unde ergo ſequitur in eo ſolo caſu *corpora in contrarias partes lata, & in ſe mutuo incurrentia, poſt ictum quieſcere, ſi velocitates fuerint inverſè ut maſſæ*. *219.s

EXPERIMENTUM 3.

222. Suſpenſis cylindris F (Fig. 4. Tab. 18.s), & G (Fig. 5. Tab 18.s), cavendum autem, ut hic, argillâ in poſteriori cavitate intruſâ, cum cylindro D (Fig. 4. Tab. 18.s) æqualiter ponderet; maſſæ nunc erunt ut quatuor ad duo, aut ut duo ad unum. Incurrant hi directionibus contrariis in ſe mutuo, F velocitate quinque, & G velocitate decem, & poſt ictum quieſcent. Cavitas in argilla in V repræſentatur. TA. XIX. fig. 2. TA. XIX. fig. 3.

223. Vires autem in hoc caſu ſunt inverſè ut velocitates *; ergo *ut corpora inæqualia in contrarias partes lata, poſt ictum quieſcant, vires inſitæ inæquales deſiderantur*. Circa quam inæqualitatem ſequentia experimenta notatu digniſſima ſunt. *194.s

EXPERIMENTUM 4.

224. Firmato obice N, (Fig. 6. Tab. 18.s) in argillam incurrat cylindrus F ea velocitate, qua in experimento præcedenti motus fuit, cavitatem format S (Fig. 3.). Mutato paululum obice in hunc incurrat cylindrus D (Fig. 4. Tab. 18.s) ea velocitate qua cylindrus G, qui in præcedenti experimento ejuſdem ponderis fuit cum hoc cylindro D, in hoc præcedenti experimento fuit agitatus, cavitatem formabit duplam præcedentis, quæ in T (fig. 3.) repræſentatur, quod TA. XIX. fig. 4. TA. XIX. fig. 5.

manifeſtè virium inæqualitatem indicat.

Hæ autem duæ cavitates conjunctæ æquales ſunt cavitati ſoli quæ in præcedenti experimento fuit formata, & ita an-
186. te demonſtrata cum Experimentis his exactiſſime congruunt. Si enim, adhibito Circino Proportionum conferamus ſolida ſimilia, quorum latera homologa ſunt diametri trium cavitatum, S, T, V, (Fig. 3.) in duobus ultimis experimentis formatarum, videbimus cavitates has eſſe inter ſe ut unum, duo, & tria; id eſt majorem æqualem eſſe duobus minoribus ſimul ſumtis. Quod etiam ſequenti experimento patet.

EXPERIMENTUM 5.

225. Firmato obice N, in hunc impingat velocitate quinque
TA. XIX. fig. 6. cylindrus F; ſublato hoc & ſuſpenſo cylindro D, impingat hic velocitate decem in obicem, incurrendo in ipſam cavitatem jam formatam ictu cylindri F; cavitatem augebit & hæc nunc valebit ambas cavitates in Exper. præcedenti 4to for-
*186. matas *, & erit æqualis cavitati V (Fig. 3.) Exp. penultimi.

226. Circa hoc Experimentum 5^{tum} notandum aliquando ictu argillæ ſuperficiem compactiorem fieri & elaſticitatem quandam acquirere in quo caſu Experimentum non procedit. Semper autem obſervavi cavitatem, duobus ictibus quibuſcunque formatam, ſi corpus quod ultimum impingit non reſiliat, æqualem eſſe duobus cavitatibus, quæ iiſdem ictibus ſeparatim formari potuiſſent; ſi vero corpus in cavitatem incurrens quantumvis parum reſiliat indicium habemus elaſticitatis argillæ, & in tali caſu cavitatem ex duobus ictibus minorem ſemper detexi ſummâ cavitatum ſeparatarum, eoque minorem quo ictu acquiſita elaſticitas major erat, clare autem patet partes elaſticas argillæ difficilius intropremi quam aliæ quæ elaſticitate deſtituuntur. Sequenti etiam experimento, quod jam præcedentibus patuit, alio modo demonſtramus.

227.
EXPERIMENTUM 6.

TA. XIX. fig. 7. Incurrant in ſe mutuo uterque velocitate quinque, cylindrus

drus ſæpius memoratus F, & cylindrus cavus argillam continens H (Fig. 5. Tab. 18.5), qui cum præcedenti ſit ejuſdem ponderis.

Sublatis his incurrant in ſe mutuo uterque velocitate decem, cylindrus D cum cylindro cavo argillam continenti G, qui etiam æqualiter ponderent. TA. XIX. fig. 8.

Tandem ſublato cylindro D, & ſubſtituto cylindro F, unitâque iterum argillâ cylindri G, incurrant hi in ſe invicem iiſdem velocitatibus, quibus in jam memoratis impactionibus fuere agitati, id eſt, ut in Exp. 3°. hic velocitate decem, ille velocitate quinque. TA. XIX. fig. 2.

In hiſce tribus occaſionibus poſt ictum corpora quieſcunt; cavitates autem ſunt inæquales. In primo caſu eſt omnium minima, repræſentatur in T; in ſecundo eſt omnium maxima, vide X; in tertio media eſt, delineatur in V: & quidem ſunt cavitates in proportione arithmetica, ut ipſæ vires ictibus deſtructæ. In primo caſu maſſæ ſingulæ valent quatuor velocitate quinque corpus utrumque fertur, id eſt utriuſque vis eſt centum* & vis deſtructa valet ducenta. TA. XIX. fig. 3. *191.

In Secundo caſu utriuſque corporis maſſa eſt duo, & velocitas decem; ergo vis ducenta*; & vis deſtructa quadringenta, in hoc etiam caſu cavitas dupla eſt cavitatis præcedentis. *192.

In tertio caſu unius corporis vis eſt centum, alterius valet ducenta & vis quæ deſtructa eſt valet trecenta; cavitas ideo media eſt inter cavitates præcedentes.

Si in experimento tertio vis minor augeatur, ita tamen ut vim alterius corporis nondum æquet, *corpus, cujus vis minor erit, corpus majori vi motum regredi coget*; directo in hoc caſu experimento demonſtramus vim corporis victi, alterius vim ſuperare; eodem modo ac in Exp. 4. demonſtravimus vires in Exp. 3. fuiſſe inæquales. 228.

Vis corpori inſita alterius vim nunquam immediate deſtruit*, perit hæc actione qua partes intropremuntur*, ita ut corpus eo majorem amittat vim, quo majorem patitur reſiſtentiam; ſed hæc a materiæ inertiâ & a vi contrariâ ori- 229. *211. *210.

ri

ri poteſt, ita ut corporis vis minuenda ſit, ſi hujus inertia, id
* 11. eſt, materiæ quantitas * augeatur, ut in utroque caſu æqualiter alii corpori reſiſtat, unde paradoxi explicationem
230. deducimus. Nam, ut ex hac obſervatione ſequitur, *Quando duo corpora in ſe mutuo incurrunt, duæ dantur actiones, & duæ reactiones, utraque actio ſuæ reactioni æqualis eſt*; ut corpora quieſcant poſt ictum, non requiritur ut ante ictum vires contrariæ ſint æquales, ſed ut utrumque corpus patiatur reſiſtentiam talem, ut agendo poſſit vim ſuam conſumere.

231. Ex demonſtratis facile deducimus quomodo datis corporibus, & horum velocitate reſpectiva, *vis ictu deſtructa determinetur*: determinatâ nempe ſummâ virium, poſitis, eâdem velocitate reſpectivâ, motibus contrariis, & velocita-
* 218. tibus in ratione inverſa maſſarum *. Hanc autem ſummam
221. dari in ſcholio 1. ſequenti demonſtramus, *Si productum maſſarum per quadratum velocitatis reſpectivæ multiplicetur, & per ſummam maſſarum dividatur.*

EXPERIMENTUM 7.

232. Suſpenſis cylindris E (fig. 4.), & G (fig. 3.), ſæpius memo-
TAB. XVIII. rato, redacto hoc ad pondus cylindri D, id eſt ſint maſſæ ut tria ad duo; incurrant corpora hæc in ſe mutuo dum ambo in contrarias partes feruntur, majus velocitate ſeptemdecim, minus velocitate tria, in quo caſu velocitas reſpe-
* 197. ctiva eſt viginti*. Poſt ictum moventur ſimul velocitate novem, id eſt ad nonam uſque diviſionem adſcendunt.

Multiplicando maſſas habemus 6. Quadratum velocitatis reſpectivæ eſt 400. cujus productum per productum maſſarum eſt 2400; dividendo numerum hunc per 5. ſummam maſſarum habemus, vim amiſſam 480. Hanc autem bene determinari demonſtramus.

Vis corporis majoris ante ictum habetur multiplicando
* 192. 289. per 3*, eſt ergo 867. Minoris vis habetur multipli-
* 192. cando 9. per 2*. eſt ideo 18; & ſumma virium eſt 885. Poſt ictum maſſa eſt 5 & quadratum velocitatis 81, id circo ſupereſt vis 405, quæ ſi ſubducatur ex 885. habemus ut ante vim amiſſam 480.

Si

Si cylindrus F cujus maſſa eſt quatuor, velocitate undecim, demtâ parte vigeſimâ ſecundâ, in obicem firmum incurrat, TAB. XVIII. fig. 4. cavitatem formabit æqualem illi, quæ in hoc experimento impactione corporum fuit formata, vis in hoc caſu amiſſa eſt 480 $\frac{1}{121}$*. id eſt vix a vi, in impactione memorata amiſſa, *192. differt; quod ergo * iterum confirmat, vim ictu deſtructam *184. regula n. 231. bene fuiſſe determinatam.

Ex demonſtratis de corporibus poſt ictum quieſcentibus deducimus regulas quibus in omni caſu corporum velocitates poſt ictum determinantur.

233. *Moveantur corpora, aut verſus eandem partem* (fig. 1.) *aut in partes contrarias* (fig. 2.) & ſint maſſæ ut A B & TAB. XX. fig. 1. 2. B C; ſit hujus velocitas B E; illius B N: velocitas reſpectiva erit E N *. Dividatur hæc in I ita, ut I N ſit ad *196. 197. I E, ut B C ad B A, & erit B I velocitas, qua ambo corpora *poſt ictum* feruntur; id eſt *mutationes in velocitatibus ſunt in ratione inverſa maſſarum*, B C acquirit E I dum AB amittit N I. Si enim concipiamus navem translatam velocitate B I, & in hac moveatur corpus B C velocitate I E a prora ad puppim, habet velocitatem abſolutam B E; & corpus A B feratur a puppi ad proram velocitate I N, habebit hoc velocitatem abſolutam B N; hæc corpora, cum in nave ferantur directionibus contrariis, & velocitatibus, quæ ſunt inverſè ut maſſæ, poſt ictum, in nave quieſcunt *, id eſt eadem cum nave velocitate feruntur. *221.

Determinatur B I regulâ facili, quam ut detegamus, ſint rectangula B M, B F producta maſſarum per ſuas celeritates, & abſolvantur parallelogramma A O & C D; ductâ D O, ſecat hæc B N in I; nam triangula D I E & I N O ſunt ſimilia, & I N ad I E, ut N O, aut B C, ad D E, aut A B. Per I ducatur H L, parallela A B, & complementa *43. El. 1. I M, I F*, erunt æqualia; ergo *corporibus tendentibus ad eandem partem*, *ſi* ex *ſumma productorum* B M, & B F, *maſſarum per ſuas velocitates* ſubtrahamus M I, & ejus loco ſub- 234. fig. 1.

 ſti-

ſtituamus I F, prædicta ſumma æqualis erit rectangulo A L, quod ſi *dividatur per* A C, *ſummam maſſarum*, *quotiens diviſionis dabit* A H, aut B I, *velocitatem corporibus communem poſt ictum.*

EXPERIMENTUM 8.

235. TAB. X. fig. 2. Globi duo æquales ex argilla molli ſuſpenduntur, ſi hi partem eandem verſus moveantur, P velocitate decem, Q velocitate ſex; poſt ictum motum ſimul continuabunt velocitate octo.

Cum maſſæ ſint æquales unitate deſignari poſſunt, & ſumma productorum maſſarum per velocitates eſt ſedecim, quæ ſi per ſummam maſſarum duo dividatur habemus ut in Experimento velocitatem octo,

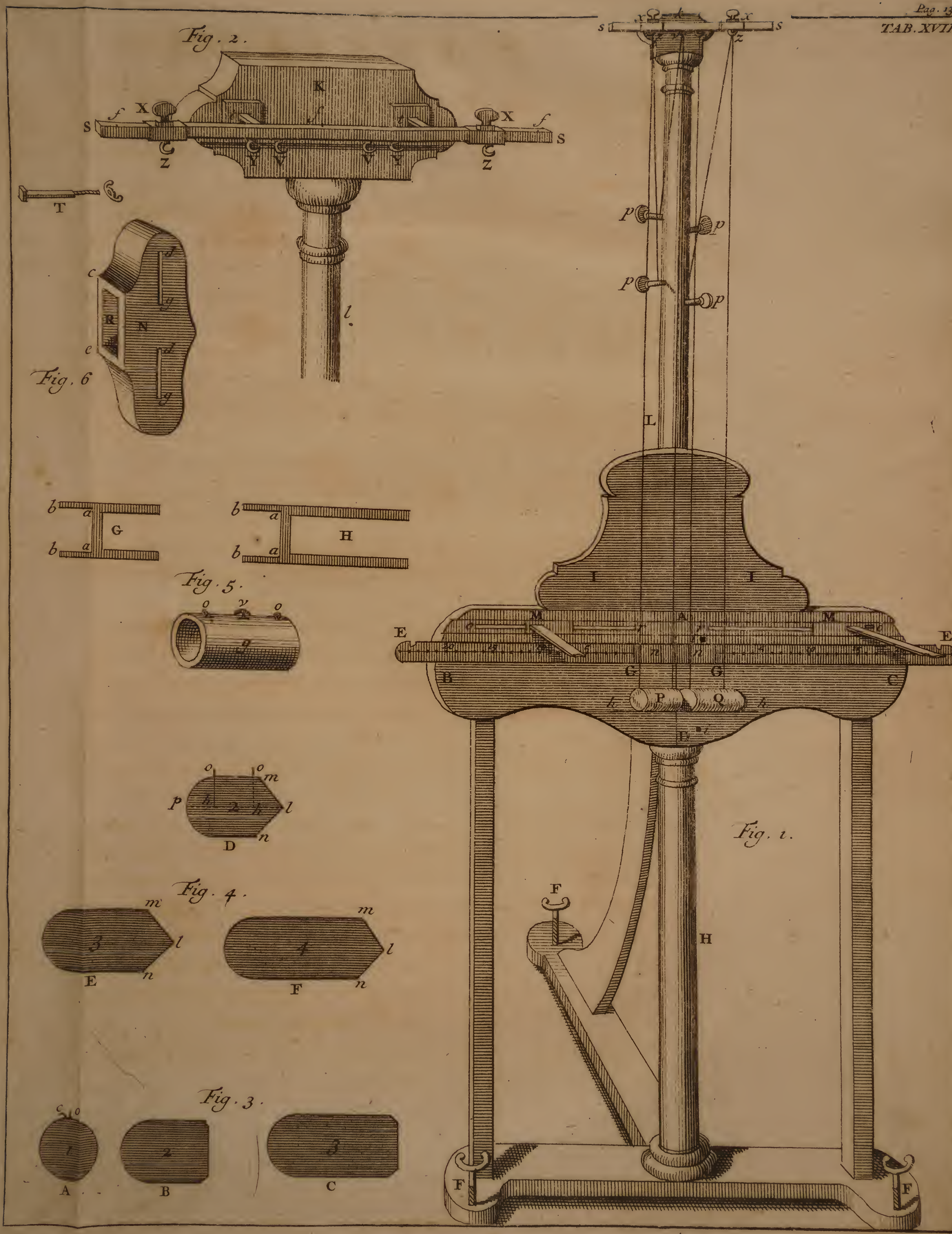
EXPERIMENTUM 9.

236. TAB. XVIII. fig. 4. 5. Suſpenſis cylindris, eburneo E, cujus maſſa eſt tria, & ligneo argillam continenti G, cujus maſſa eſt duo, ferantur hi ad eandem partem, primus velocitate duodecim, ſecundus velocitate ſeptem, poſt ictum ſimul velocitate decem moventur.

Multiplicando maſſam 3 per velocitatem 12, habemus 36, addito 14, producto maſſæ 2 per velocitatem 7, habemus ſummam productorum 50, quæ ſi dividatur per ſummam maſſarum 5, habemus velocitatem experimento detectam 10.

237. TAB. XX. fig. 1. *Si corpora tendant in partes contrarias*, & ex producto majori B M ſubtrahamus M I, & ſubſtituamus I F, habemus B M æquale gnomoni A H L F E B; ex quo ſi ſubtrahamus productum B F, habemus H C *differentiam productorum maſſarum per ſuas velocitates*; ſi autem hanc *dividamus per ſummam maſſarum* A C, *quotiens erit velocitas quæſita* B I, *quæ dirigitur ad eandem partem* cum B N: id eſt ambo corpora, velocitate detectâ, feruntur verſus eandem partem *cum corpore, cujus productum maſſæ per velocitatem alius productum ſimile excedit.*

E x-


Fig. 2.
Fig. 6
Fig. 5.
Fig. 4.
Fig. 3.
Fig. 1.

EXPERIMENTUM 10.

Suſpenſis globis, ex argilla molli, æqualibus P & Q, ſint hi in contrarias partes moti, P velocitate ſex, Q velocitate quatuordecim, poſt ictum velocitate quatuor motum continuat, Q ſecum ferens P. 238. TAB X. fig. 4.

Quia propter maſſas æquales hæ unitate deſignari poſſunt, producta maſſarum per velocitates ſunt 6. & 14., quorum differentia eſt 8., quæ diviſa per ſummam maſſarum 2, dat velocitatem poſt ictum quatuor.

EXPERIMENTUM 11.

Non differt experimentum hoc à colliſione in Experimento 7. * memoratâ, poteſt autem velocitas corporum poſt ictum ex nunc demonſtratis determinari. 239. *232.

Multiplicando maſſam E per velocitatem 17, habemus 51; ſubtractis 6, producto maſſæ 2 per velocitatem 3, reſtat 45; quibus diviſis per 5, ſummam maſſarum, habemus velocitatem novem Experimento detectam.

Si corpus unum quieſcat, ex utrâque regulâ ſequitur *corporis moti productum velocitatis per maſſam dividi debere per maſſarum ſummam.* 240.

EXPERIMENTUM 12.

Globus P ex argillâ molli in globum æqualem quieſcentem Q, velocitate decem, incurrit, poſt ictum ſimul velocitate quinque motum continuant. TAB X. fig. 1.

Corpus in motu alii corpori ſine impactione *motum communicare poteſt, in hoc tantum preſſione agendo*; *in quo caſu* ſi preſſio qua partes cohærent inter ſe ſuperet preſſionem corporum mutuam *nulla datur* partium introceſſio, & nulla *vis deſtructa* *: ideoque ſumma virium ante & poſt actionem eadem eſt. 241. *210.

Ut autem demonſtremus quomodo corpora mota, preſſione in alia, ſine impactione, motum communicare poſſint, concipiendum eſt corpus Q, quod formatur revolutione figuræ *a b c d* (quæ ſemicirculo & duobus quadrantibus terminatur) circa axem *a c*. 242. TAB. A. fig. 4.

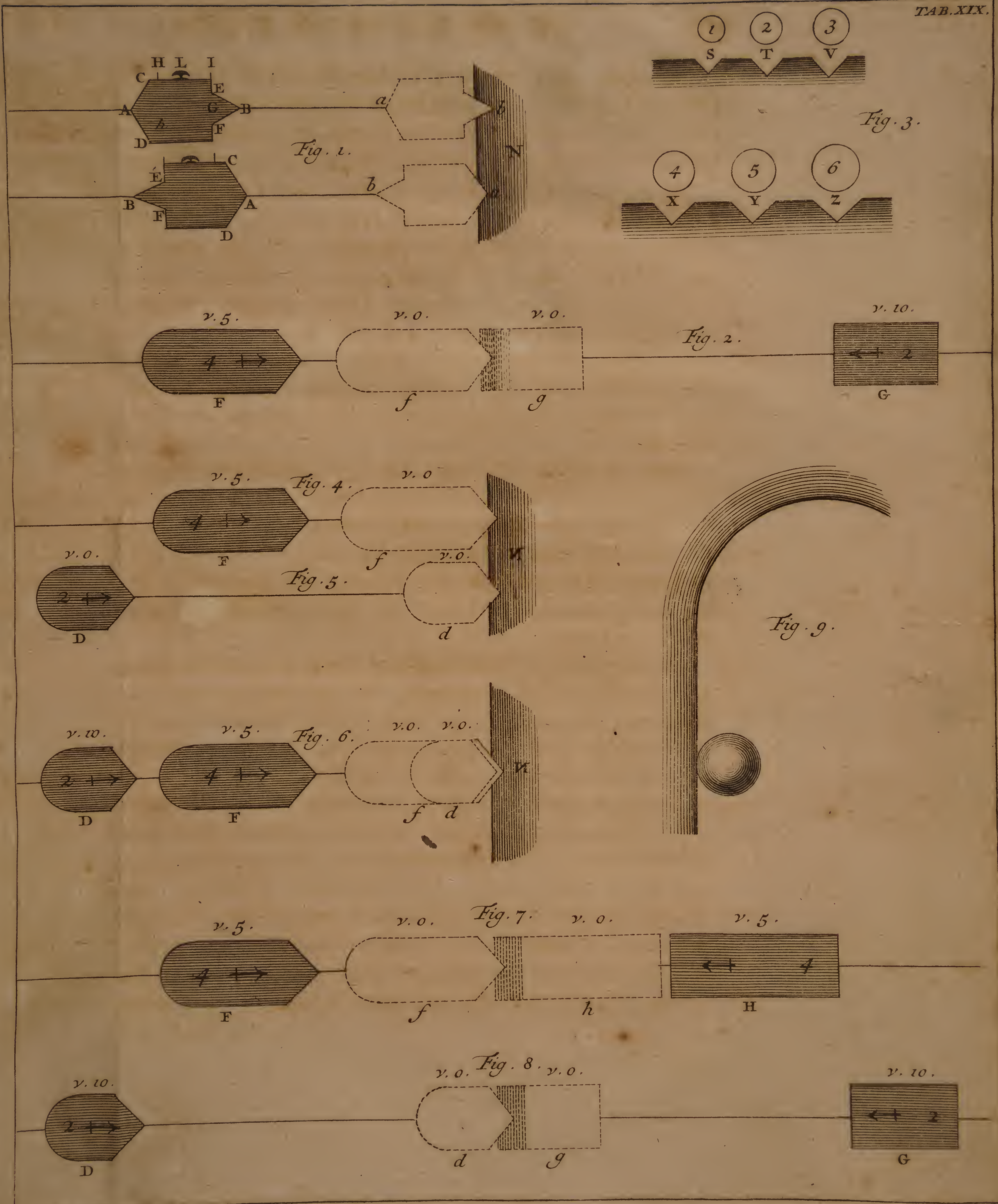
Quieſcat hoc, quamvis demonſtratio etiam corpori moto
applicari poſſit; concipiamus ulterius duo corpora P, P;
duo concipimus ut actio in corpus Q ſit directa; moveantur
hæc, velocitatibus æqualibus, directionibus parallelis inter ſe,
& axi corporis Q, moveantur etiam, ut ad Q perveniant ita, ut
corporis Q ſuperficies tangat corpora P, P, in punctis in
quibus hæc ipſa ſuperficies parallela eſt ipſi directioni mo-
tus; Corpora ergo P, P, in corpus Q nullam exerunt acti-
onem, ubi ad hoc perveniunt. Dum motum continuant jux-
ta ſuperficies excavatas *ad*, *ab*, in corpus Q premunt,
*155. quod cum non retineatur cedit * & dum preſſio continua-
tur acceleratur Q: donec corpora P, P, hoc deſerant,
quod ſemper fiet antequam corpora P, P, ad puncta *b* & *d* per-
veniant.

Hæc preſſio nullum exſerit effectum præter mo-
tum quem corpori Q communicat; ideoque corpora P, P,
*180. ex viribus tantum amittunt, quantum acquirit corpus Q *.
In hiſce attritum ſeponimus qui ſine quadam partium intro-
ceſſione dari non poteſt; ideoque ſine virium deſtructione.
In ſcholio autem 3°. Cap, 28. ipſos motus poſt concurſum
determinamus.

243. Si corpus ut P ſimili actione premat in obſtaculum, quod
TA. XIX. fig. 9. hac preſſione non movetur, & cujus partes ſatis arctè co-
hæreant, ut huic actioni non cedant, corpus ex vi ſua non
amittet; in hoc caſu corporis preſſio in obſtaculum reſi-
ſtentiâ obſtaculi, quidem deſtruitur, ſed cum nul-
la detur partium introceſſio, neque vis communicata, nul-
lam etiam corpus P vim amittit; ſic corpus quod ſuper
plano inclinato deſcendit eodem modo acceleratur ac cor-
pus quod libere cadit ſi ad eandem profunditatem ambo
*150. deſcendant *; licet illud in planum premat. In hiſce occa-
ſionibus, illud quod obſtaculum in loco retinet corporis a-
ctionem deſtruit & corpori vim communicat æqualem illi
quam actione ſua corpus amittit, quare ipſa corporis vis
non mutatur.

Ex

TAB. XIX.


Fig. 1.
H L I
C E
A G B
b
D F
a
b
N
É C
B A
F
D
b
a
Fig. 3.
1 2 3
S T V
4 5 6
X Y Z
Fig. 2.
v. 5.
4
F
v. 0.
v. 0.
f
g
v. 10.
2
G
Fig. 4.
v. 5.
4
F
v. 0
f
Fig. 5.
v. 0.
2
D
v. 0.
d
Fig. 6.
v. 10.
2
D
v. 5.
4
F
v. 0.
v. 0.
f
d
Fig. 9.
Fig. 7.
v. 5.
4
F
v. 0.
f
v. 0.
h
v. 5.
4
H
Fig. 8.
v. 10.
2
D
v. 0.
d
v. 0.
g
v. 10.
2
G

Ex hiſce patet *actione corporis hujus vim, ideoque velocitatem, non minui ſine ipſius obſtaculi, aut partium hoc componentium, translatione ex hac actione oriunda.* 244.

SCHOLIUM I.

Demonſtrationes n. 220. 231.

Dentur duo corpora A & B; ſit hujus velocitas b; illius celeritas a; velocitas reſpectiva, ſi in contrarias partes ferantur eſt $a+b$ *; hanc dicimus d. Summa virium eſt $A\,aa+B\,bb$, quam, manente velocitate reſpectiva, diximus omnium minimam poſitis $A, B :: b, a$ *, id eſt $A\,a = B\,b$. 245. *197. *220.

Poſitis enim talibus velocitatibus, augeatur a quantitate quacunque e; vis corporis A erit nunc $A\,aa + 2A\,ae + A\,ee$. Corporis B velocitas, quia manet velocitas reſpectiva $d = a+b$, erit $b-e$; nam $a+e+b-e = a+b$; ergo vis corporis B erit $B\,bb - 2B\,be + B\,ee$, & ſumma virium eſt $A\,aa + B\,bb + A\,ee + B\,ee + 2A\,ae - 2B\,be$.

Sed propter $A\,a = B\,b$ ſeſe mutuo duo ultimi termini deſtruunt, & ſumma valet $A\,aa + B\,bb + A\,ee + B\,ee$, quæ primam excedit. Similis eſt demonſtratio ſi augeatur velocitas b, minutâ, eâdem quantitate, velocitate a; unde patet demonſtratio n. 220.

Poſuimus $A, B :: b, a$; componendo $A+B, B :: b+a = d, a$; ergo 246.
$a = \frac{B\,d}{A+B}$, ſimiliter $b = \frac{A\,d}{A+B}$; idcirco ſumma virium $A\,aa + B\,bb =$

$\frac{ABB\,dd + BAA\,dd}{\overline{B+A}^2}$ dividendo numeratorem & denominatorem per

$B+A$, quantitas hæc æqualis eſt $\frac{AB\,dd}{B+A}$ ut in n. 231. monuimus.

Demonſtrationes Algebraicæ n. 234. 237.

Geometrice demonſtravimus regulas n. 234. & 237. algebraice quam facillime deducuntur ex propoſitione numeri 233.

Sit corpus A motum velocitate a; corpus B agitatum velocitate b: velocitas reſpectiva eſt $a-b$ ſi corpora ad eandem partem tendant *; hæc ictu deſtruitur* quare eſt ſumma mutationum in velocitatibus corporum poſt ictum. B eſt ad A ut mutatio velocitatis in A, ad mutationem velocitatis in B*; & componendo $A+B, A :: a-b$, ad mutationem in velocitate corporis B, quæ 247. *196. *206. *233.

mutatio ergo eſt $\frac{Aa - Ab}{A+B}$; cum velocitas b minor ſit velocitate a, augetur illa in percuſſione: ideò velocitas corporis B, id eſt velocitas utriuſ-
*206.s que corporis * poſt impactionem, eſt $b + \frac{Aa - Ab}{A+B} = \frac{Bb + Aa}{A+B}$ ut habetur in n. 234.s

248. Poſitâ velocitate reſpectiva $a+b$, tendentibus nempe corporibus in con-
*197.s trarias partes *, ſimili ratiocinio regula n. 237.s detegitur.

*231.s Haſce ambas regulas de colliſione corporum etiam ex demonſtratis * cir-
246.s ca quantitatem vis amiſſæ deduci poſſunt, quam demonſtrationem hìc ſubjiciam, ut firmitas illorum quæ de viribus inſitis ſuperius demonſtrata ſunt clarius pateat, dum ex ipſis, per vias omnino diverſas, deducimus regulas experimentis confirmatas.

249. Sint iterum corpora A & B; hujus velocitas b illius a; tendant ad eandem partem, & velocitas reſpectiva erit $a - b$.

*192.s Summa virium ante ictum eſt $Aaa + Bbb$ *; vis ictu deſtructa eſt
*231.s $\frac{ABaa - 2ABab + ABbb}{A+B}$ *, ſubtrahendo hanc ex ſumma virium habemus
246.s vim poſt ictum ſuperſtitem $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{A+B}$; corpora poſt i-
*205.s ctum non ſeparantur *, & maſſa eſt $A+B$, per quam ſi dividamus vim ſuperſtitem poſt ictum, habemus quadratum velocitatis poſt colliſionem; quod quadratum ergo eſt $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{\overline{A+B}^q} = \frac{\overline{Aa+Bb}^q}{\overline{A+B}^q}$. cujus radix $\frac{Aa+Bb}{A+B}$ dat velocitatem quæſitam.

250. Si adhibita velocitate reſpectiva $a+b$ computatio ineatur regula n. 237.s detegitur.

251. Vulgo quantitas motus, quam ipſius vis inſitæ proportionem ſequi ponunt, determinatur multiplicando maſſam non per quadratum velocitatis, ſed per ipſam velocitatem, ex hoc principio deduxere Philoſophi ipſas illas regulas n. 234.s 237.s quas nos variis methodis ex principiis noſtris deduximus; mirum hic quid contigit, error erroris fuit deſtructio, & duplex error ad veritatem conduxit; falſum de menſura virium ſecuti ſunt principium, & quod veritati etiam minime congruum eſt, nullam vim intropremendo partes & harum ſuperando cohæſionem corpora amittere poſuere.

SCHO-

SCHOLIUM 2.

De percuſſione corporum lineis rigidis inter ſe cohærentium, & circa centra agitatorum.

Sint corpora A & C, *lineâ inflexili conjuncta, & circa centrum* H *agitata; ſint etiam corpora alia* B & D *eodem modo juncta &* circa I *agitata.* 252. TAB. XX. fig 3.

Ponamus dari horum corporum percuſſionem directam, quod obtinebit ſi in ſe mutuo impingant, unum ex corporibus adhærentibus uni lineæ, cum corpore quocunque ex illis quæ cum alia cohærent lineâ, ut A & B. Impactio erit directa ſi hæc corpora directè in ſe mutuo incurrant, quod fieri non poterit niſi in momento incurſus lineæ quibus corpora cohærent ſint parallelæ inter ſe.

Si in momento incurſus in quo in eâdem lineâ ambo moventur corpora, motu quodam communi ferantur non hoc motu in ſe mutuo agent; impactio ergo pendebit à *velocitate reſpectivâ,* qua *manente* eadem *datur* partium introceſſio *, & *eadem vis amiſſa *, quibuſcunque velocitatibus corpora agitentur.* *216. *218.

Dari caſum *in quo corpora* in partes contrarias lata, *poſt ictum quieſcunt* facile patet; & in hoc *caſu, datâ velocitate reſpectivâ, ſummam virium eſſe omnium minimam* etiam liquet, tota enim vis deſtruitur & minor quantitas nunquam poteſt deſtrui *; quænam autem ſit ratio velocitatum in hoc caſu dicam. 253. *251.

Sit a diſtantia corporis A à centro H, circa quod rotatur, & c diſtantia corporis C ab eodem centro. Eodem modo ſit b diſtantia corporis B, & d diſtantia corporis D, à centro I, circa quod hæc corpora agitantur. Sit ulterius m velocitas corporis A; & n velocitas corporis B.

In caſu in quo corpora poſt ictum quieſcunt demonſtramus, poſitis motibus contrariis, $m, n :: \overline{Bbb + Ddd} \times aa, \overline{Aaa + Ccc} \times bb.$ id eſt, $\overline{Aaa + Ccc} \times bbm = \overline{Bbb + Ddd} \times aan.$ 254.

In hoc enim *caſu ſumma virium, manente velocitate reſpectivâ* $m + n$, *eſt omnium minima.* 255.

Summa virium eſt $Amm + \frac{Cccmm}{aa} + Bnn + \frac{Dddnn}{bb}$ *; nam $a, c :: m, \frac{mc}{a}$ = velocitati corporis C; & $b, d, :: n, \frac{dn}{b}$ = velocitati corporis D. 256. *192.

Ponamus nunc velocitatem m augeri quantitate e, & eadem quantitate minui velocitatem n, ut velocitas reſpectiva maneat; videbimus ſummam eſſe majorem.

Velocitas corporis A nunc eſt $m + e$; Corporis C eſt $\frac{mc + ec}{a}$; corporis B

eſt

eſt $n-e$; & tandem celeritas corporis D eſt $\frac{nd-ed}{b}$. Summa virium nunc erit $Amm+2Ame+Aee+\frac{Cccmm+2Cccme+Cccee}{aa}+Bnn-2Bne+Bee+\frac{Dddnn-2Dddne+Dddee}{bb}$. Sed $\overline{Aaa+Ccc}\times bbm = \overline{Bbb+Ddd}\times aan$; ponimus enim de hoc caſu agi; dividendo hanc æquationem per $aabb$, habemus $Am+\frac{Cccm}{aa}=Bn+\frac{Dddn}{bb}$; idcirco in ultima ſumma ſeſe mutuo deſtruunt $+2Ame+\frac{2Cccme}{aa}$ & $-2Bne-\frac{2Dddne}{bb}$ & ſumma ad hanc reducitur $Amm+Aee+\frac{Cccmm+Cccee}{aa}+Bnn+Bee+\frac{Dddnn+Dddee}{bb}$ quæ primâ memoratâ ſummâ major eſt. Q. D. E.

Nec diverſa eſt demonſtratio ſi augeatur n, imminutâ velocitate m.

257. Vis in colliſione quacunque, datâ velocitate reſpectivâ, deſtructa determi-
*252. nari poteſt, nam valet ſummam virium in caſu in quo hæc minima eſt *. Sit nunc $m+n=r$.

*254. Datur ratio inter m & n *, & componendo

$\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa,\ \overline{Aaa+Ccc}\times bb :: m+n=r,\ n$;

ergo $n=\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbr}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. Eodem modo detegimus $m=\frac{\overline{Bbb+Ddd}\times aar}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. Summa virium eſt

256. $\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times mm}{aa}+\frac{\overline{Bbb+Ddd}\times nn}{bb}$, ſubſtituendo pro m & n valores ſumma hæc erit

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times\overline{Bbb+Ddd}^{q}\times aarr+\overline{Bbb+Ddd}\times\overline{Aaa+Ccc}^{q}\times bbrr}{\overline{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}^{q}}$$

Dividendo numeratorem & denominatorem per $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+$
Bbb

$\overline{Bbb+Ddd}\times aa$; *habemus* $\dfrac{\overline{Aaa+Ccc}\times\overline{Bbb+Ddd}\times rr}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$ *vim* 258.
amiſſam data velocitate reſpectiva r.

Si Corpora memorata A & B, cum reliquis circa centra I & H agitata, velocitatibus quibuſcunque in ſe mutuo incurrant directè, poſt ictum ambo eâdem velocitate feruntur*, & ſeparantur non ex actione corporum, ſed quia circa centra diverſa H & I moventur. 259. *206.

Concipiamus dari punctum quod eadem velocitate fertur, qua corpora poſt ictum ante ſeparationem feruntur, & juxta eandem directionem.

Reſpectu hujus puncti corpora poſt impactionem quieſcunt; ideo reſpectu ipſius ante ictum contrariis velocitatibus movebantur in ratione $\overline{Bbb+Ddd}\times aa$ ad $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$*, haſque velocitates amittunt, cum reſpectu puncti poſt ictum quieſcant, quare hæ ipſæ velocitates ſunt mutationes, quæ ex ictu in velocitatibus contingunt, quæ ergo mutationes ſunt in memoratâ ratione; & componendo $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa$ ad $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$ ut ſumma mutationum, id eſt velocitas reſpectiva, ad mutationem in velocitate corporis B. *254.

Si nunc velocitas corporis A dicatur p; & q velocitas corporis B, poſitâ hac minori; velocitas reſpectiva erit $p-q$ ſi motus eandem partem verſus dirigantur, & mutatio velocitatis corporis B, detegitur

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp-\overline{Aaa+Ccc}\times bbq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$$

quæ mutatio eſt velocitas acquiſita; quia minor velocitas in motibus conſpirantibus augetur: quare ſi addatur ipſi velocitati q habemus velocitatem amborum corporum poſt ictum; quæ ergo eſt $\dfrac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp+\overline{Bbb+Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. 260.

Si motus in contrariam partem dirigantur velocitas reſpectiva eſt $p+q$ & velocitas poſt ictum ſimili ratiocinio detegitur 261.

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp-\overline{Bbb+Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$$

ſubtracto nempe in numeratore producto minore ex majore.

Clarè patet non intereſſe utrum in hac colliſione corpora, quæ eidem lineæ juguntur, ad eandem partem dentur centri circa quod linea movetur, an ad partes diverſas, nam eodem modo corpus movetur, à quacunque parte centri detur, ſi modo diſtantia ab hoc ſit eadem: vim etiam centrifugam, qua corpora a centro recedere conantur, & actiones quas, dum concurrunt, in retinacula exerunt, non hîc conſiderari debere, ſatis manifeſtum eſt *. 262. *244.

Demonſtrata hæc ad numerum quemcunque corporum poſſunt applicari, & univerſales regulæ ex demonſtratis quam facillime illiciuntur. 263.

Videmus etiam quid obtineat, *Si corpus in lineâ rectâ motum directè in aliud incurrat quod cum aliis lineæ rectæ, circa centrum mobili, cohæret*; Corpus enim illud in linea recta motum agit quaſi lineæ rectæ, circa punctum quodcunque mobili, adhæreret. 264.

Quieſcant corpora A & C in a & c, dum ut ante mobilia ſunt circa H. Ponamus B aut b in linea recta motum, velocitate q directè & perpendiculariter ad a H incurrere in a; *velocitatem poſt ictum detegimus* ipſâ formulâ præcedenti. Pono enim B cum linea cohærere & agitari circa centrum ad diſtantiam quamcunque b; in hac colliſione p & D æquales ſunt nihilo, ideo evaneſcunt quantitates, quæ *per* has multiplicantur quare memoratâ formula * in hanc mu-
* 260.
tatur $\frac{Bbbaaq}{Aaa+Ccc \times bb+Bbbaa} = \frac{Baaq}{Aaa+Ccc+Baa}$: ex qua hanc deducimus *regulam. Corpus impingens per quadratum diſtantiæ puncti, in quod incurrit, à centro, & per velocitatem ſuam multiplicatur, productumque hoc dividitur per ſummam omnium corporum, ſingulorum multiplicatorum per quadrata ſuarum diſtantiarum à centro.*

265. Propoſitiones n. 500. 510. 512. 513. 516. ſunt caſus peculiares propoſitionum in hoc Scholio in n. 533. 537. 538. 539. 540. demonſtratarum, ut patet, ſi ponamus duo corpora quæ cum lineis, circa centra quæcunque mobilibus, cohærent.

SCHOLIUM 3.

Examen Experimenti circa corpora in lancem, aut brachium, libræ impingentia.

266. Merſennus, de Lanis, & alii experimentum dedere circa corpora cadentia inſtitutum, & notarunt corpus in lancem libræ impingens, pondus majus, in lance oppoſitâ, paululum elevare; & pondera ſic elevari ad exiguam, ſed æqualem (quam tamen circumſtantiam non notat Merſennus) altitudinem, ſi corpus quod impingit cadat ab altitudinibus quæ ſunt ut quadrata ponderum quæ elevantur.

Merſennus tamen notat in quibuſdam circumſtantiis experimentum non proceſſiſſe, quod & mihi contigit, experimentum paululum aliter inſtituenti, quod defectui machinæ tribuebam, & in illis ſolis altitudinibus, in quibus regulam ſatis exacte obſervari videbam, defectus, qui in machina me non latebant, minus noxios credebam. Cum autem attentius rem examinarem me toto cælo erraſſe percepi, & ipſis illis principiis Mechanices, de quibus inter omnes convenit, adverſari, memoratam dari inter quadrata ponderum elevatorum proportionem, quæ datur inter altitudines, a quibus cadit corpus, quod in lancem, aut brachium oppoſitum, impingit; & in dubium vocare non potui ipſi defectui machinæ tribuendum eſſe, ſi aliquando inter certos limites hæc detegatur proportio, ut mihi ſemper contigerat. Non ſenſibilis fateor dabitur error, ſi corpus cadens, & pondus totius libræ, id eſt, jugi & lancium, admodum exigua fuerint reſpectu ponderum elevatorum: ſed in hoc caſu experimentum inſtitui non poterit; majus enim pondus ſubtiliori libræ imponi non poteſt.

Ut autem, quæ hoc experimentum ſpectant, clarius paterent, Machinam conſtrui

ſtrui curavi, qua, quantum poteſt exacte, & omnino ſine ſenſibili errore, experimentum inſtituitur: & poſt experimentum inſtitutum circa hoc computationem inivi.

BILANX

Qua altitudines conferuntur, a quibus corpus cadens, pondera paululum elevat.

Libræ jugum eſt A B; pede ſuſtinetur, dum circa centrum, ut in aliis libris, volubile eſt: Lanx L ferrea eſt; oppoſita M eſt lignea & orbicularis, excavata ad profunditatem pollicis. Hæc, ubi experimenta inſtituenda ſunt, argillâ molli repletur, quæ cultro ligneo abraditur, ut inæqualitatibus exemptam, & horizontalem, habeat ſuperficiem; qua de cauſa lanx hæc facile tolli poteſt, iterumque in loco ſuo ſuſpendi. Diſtantia B M excedit pedes tres, quare in menſæ extremitate ponenda Machina eſt. 267. TAB. XX. fig. 4.

Globus G filo ſuſpenditur, & unco laminæ D cohærenti alligatur.

Pondus Q lanci L imponitur, ut detur æquilibrium. Quibus poſitis, adjicitur pondus ictu elevandum P, & ut jugum in ſitu maneat horizontali, brachium A, quod nunc magis gravatur, gnomone ferreo, cum pede cohærenti, ſuſtinetur. Facile videmus alio pede, gnomone deſtituto, ſuſtineri debere machinam ante impoſitum pondus P, ut de æquilibrio conſtet.

Gnomoni in *f* annectitur lamina elaſtica tenuis *fg*, quæ extenſa ad *i*, pertingit, ubi extremitas *g* retinetur, ope laminæ minimæ *i*, quæ cum brachio A cohæret; paululum elevato brachio laxatur *g*; unde conſtare poteſt in variis tentaminibus æqualiter elevari, ſi nempe, paululum tantum imminuto ictu, quo agitatur libra, elaſterium non relaxetur.

EXPERIMENTUM.

Omnibus ut dictum diſpoſitis, poſitoque pondere P æquali unciis quatuor; globum G ita ſuſpendi, ut ipſius altitudo, diſtantia nempe inter inferiorem partem globi & argillæ ſuperficiem, foret pollicum $6\frac{7}{8}$, & abſciſſo filo, impactione globi, laxata eſt lamina *fg*: repetitoque variis vicibus experimento eodem modo proceſſit hoc; imminuta autem altitudine, quartâ parte pollicis, aut etiam minus, nunquam elaſterium fuit relaxatum, qua eadem methodo ſequentes altitudines fuere determinatæ. 268.

Duplicato pondere P, altitudo globi fuit pollicum $14\frac{1}{8}$

Tandem triplicato pondere P, id eſt, poſito hoc duodecim unciarum altitudo fuit $23\frac{1}{2}$ pollicum.

His omnibus altitudinibus cavitatum ictibus in argillâ formatarum profunditates addendæ ſunt, & altitudines neglectis exiguis fractionibus erunt

7. $14\frac{5}{16}$. $23\frac{3}{4}$.

Si hac eâdem machinâ eadem inſtituantur Experimenta, aliâ adhibitâ argillâ, altitudines paululum variari poſſunt. Si argilla minus mollis ſit cavitates minores erunt, & altitudines ſupra argillæ ſuperficiem planam majores, integræ autem altitudines eædem. Sed ſi magis aut minus ponderet argilla, illud diſcrimen dabit, nam, licet eo non mutetur materia elevanda, materia tamen movenda mutatur, unde diſcrimen neceſſario ſequitur, ut hoc computatione ſequenti clarius patebit.

269. Jugum Bilancis figuram habet quæ in A B repræſentatur, in ipſis locis A &
TAB. XX. B excavatur, ut hoc in fig. 4. videri poteſt, de cætero ubique eſt ejuſdem
fig. 5. craſſitiei.

Propter figuram irregularem, admodum difficilis foret computatio; ideo, ſervato jugi pondere, mutatam concepi figuram, remotis partibus quibuſdam à centro, & admotis aliis, poſuique figuram illam eſſe, quæ repræſentatur in fig. 6., in qua tota longitudo illa eſt, quæ in Bilance inter puncta ſuſpenſionis datur; ex qua mutatione exiguus tantum error in computatione dari poteſt.

Hujus figuræ ſuperficies cum jugum ejuſdem ſit craſſitudinis ubique, repræſentare poteſt jugi pondus in omnibus partibus. Figura hæc A B conſtat ex parallelogrammo & duobus triangulis: junctis triangulis, figura reducitur ad illam quæ in fig. 7. exhibetur, qua adſumtâ computationem inibo.

Hunc uſum computatio hæc habere poterit, quod inde patebit, cum demonſtratis circa percuſſionem experimenta noſtra congruere. Fundamentum autem ipſius computationis habetur in n. 264.

TAB. XX. fig. 7. Ante omnia ſingula puncta ſuperficiei A D E B, pondus jugi repræſentantis, per quadrata diſtantiarum ſuarum a centro motus reſpective multiplicari debent. Hoc ſine errore ſenſibili fiet, ſi loco diſtantiarum a centro, diſtantiæ à lineâ C F uſurpentur, quo computatio facilior evadit.

Si nunc operatio pro parallelogrammo inſtituatur, ſingulæ lineæ parallelæ & æquales lineæ D A, per quadratum ſuæ diſtantiæ à C F multiplicandæ ſunt, id eſt, ſingula hæc quadrata per eandem quantitatem A B aut C G multiplicari debent, id eſt, ſumma quadratorum per C G multiplicanda eſt; ſumma autem quadratorum eſt pyramis, cujus baſis eſt quadratum A C & altitudo ea-
*7. El. XII. dem A C, quæ pyramis valet $\frac{1}{3}$A C[c] *. Multiplicata hac per C G habemus $\frac{1}{3}$ C G × A C × A C[q] ſummam productorum ſingulorum punctorum parallelogrammi D C, multiplicatorum per quadrata diſtantiarum ſuarum a C G.

Similis ſumma pro ſingulis punctis trianguli D C G æqualis eſt, $\frac{1}{12}$G F × A C × A C[q]. Hoc facile detegent ſubtilioris Geometriæ gnari, & aliis illud explicare inutiliter laborarem. Duplicando producta hæc habebimus ſimilem ſummam pro integra figura A D F E B; & eſt $\frac{2}{3}$ C G × A C × A C[q] + $\frac{1}{6}$G F × A C × A C[q], = b × A C[q]; ponendo $b = \frac{2}{3}$ C G × A C + $\frac{1}{6}$ G F × A C.

270. His poſitis dicatur a altitudo a qua globus dimittitur, & velocitas cadendo acquiſita, qua globus in lancem M incurrit, & quæ radici quadratæ
*131. hujus altitudinis proportionalis eſt *, poterit $\sqrt{a}$ deſignare.

Multiplicando hanc velocitatem per globum G (fig 4.) & per quadratum diſtantiæ A C, & dividendo hoc productum per ſummam omnium corporum in experimento motorum, reſpective multiplicatorum per quadrata diſtantia-
*264. rum ſuarum a centro motus, habemus velocitatem puncti A poſt ictum *.

Partem hujus ſummæ jam determinavimus, quoad jugum nempe, quod ſupereſt habemus multiplicando pondera lancium L & M, ut & P, Q, & G (fig. 4.) per quadratum diſtantiæ A C, nam omnia hæc corpora conſiderari poſſunt
57. quaſi darentur in ipſis punctis ſupenſionis A & B. Summam ponderum lan-

ci-

cium ut & P, Q, & G, dicimus c, & velocitas puncti A poſt ictum erit

$$\frac{AC^q \times G\sqrt{a}}{b \times AC^q + c \times AC^q} = \frac{G\sqrt{a}}{b+c} * .$$ *264.

Ut, data hac velocitate, altitudinem ad quam elevatur punctum A cum altitudine a conferamus, determinandum eſt centrum oſcillationis, quod movetur ut corpus in quod gravitas tantum agit *, diſtantia autem centri oſcil- *161.
lationis a centro motus eſt $\frac{b \times AC^q + c \times AC^q}{P \times AC} * = \frac{b \times AC + c \times AC}{P}$. * 90.

Diſtantia autem A C ſe habet ad diſtantiam hanc centri oſcillationis, id eſt (multiplicando utramque diſtantiam per P, & dividendo per A C) P ad $b+c$, ut velocitas puncti A ad velocitatem centri oſcillationis; & in eadem ratione altitudo ad quam adſcendit A, quam dicimus d, ad altitudinem ad quam adſcendit centrum oſcillationis; ergo

$$P,\ b+c :: \frac{G\sqrt{a}}{b+c},\ \frac{G\sqrt{a}}{P} =$$ velocitati centri oſcillationis. Et

$$P,\ b+c :: d\ \frac{db+dc}{P} =$$ altitudini, ad quam centrum oſcillationis adſcendit.

Altitudo hæc etiam quadrato velocitatis hujus centri exprimitur, cum a exprimat altitudinem ad quam corpus velocitate $\sqrt{a}$ pertingit *. *131. 137.

Habemus ergo hanc æquationem $\frac{G^q \times a}{P^q} = \frac{db+dc}{P}$ id eſt $G^q \times a = db \times P + dc \times P$: & $a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q}$.

Pro litteris ut numeri ſubſtituantur, conſiderandum, b æquale eſſe $\frac{2}{3}$ G C $\times$ A C $+ \frac{1}{6}$ G F $\times$ A C, dum ipſa figura A D F H B, id eſt 2G C $\times$ A C $+$ G F $\times$ A C *, Jugi pondus repræſentat; quare hoc pondus jugi ad b, ut 2G C $+$ G F ad $\frac{2}{3}$ G C $+ \frac{1}{6}$ G F. 271. * 34. El. 1.

In noſtra machina eſt G C ad G F ut 3 ad 4. & jugi pondus novemdecim unciarum cum dragmis duabus & ſcrupulo uno, id eſt ſcrupulorum 463, Ergo

15, 4 :: 463, $b = 123\frac{1}{2}$. ſcrup.

Pondera lancium additis Q & G id eſt c—P valent 1320. ſcrupula; Globus G, ponderat ſcrupula 67; altitudo d æqualis eſt 0, 21. poll. id eſt, excedit paululum quintam pollicis partem.

Et præcedens æquatio mutatur in hanc

$$a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q} = \frac{\overline{123\frac{1}{2}+1320+P} \times 21P}{67^q \times 100} = \frac{\overline{1443\frac{1}{2}+P} \times 21P}{448900}$$

Subſtituendo ſucceſſive pro P quatuor, octo, & duodecim uncias, id eſt, ſcrupula 96, 192, 288 detegimus $a = 6,_{91}$. $a = 14,_{68}$; & $a = 23,_{32}$.

Quæ altitudines parum admodum differunt cum altitudinibus experimento de- [*169.1] tectis; differentia autem tribuenda eſt mutationi figuræ jugi in computatione *.

SCHOLIUM 4.

De Centro oſcillationis, & percuſſionis.

272. [*89.1 90.1] Superius *, ex demonſtratis circa preſſionem, deduximus methodum determinandi centrum oſcillationis; eandem ibi traditam regulam quàm facillime deducimus ex demonſtratis circa vires.

Corpus eandem acquirit velocitatem, ideoque vim, a certa altitudine caden- [*150.] do, quamcunque viam in deſcenſu ſequatur * & vis acquiſita huic altitudini [*170.1] proportionalis eſt *. Dum corpora pendulo compoſito juncta deſcendunt nulla actione vis deſcendendo acquiſita deſtruitur; nihil etiam datur quo augeri poſſet, ergo ſumma virium æqualis eſt ſummæ virium quas corpora, ſeparatim a ſuis altitudinibus cadendo, potuiſſent acquirere.

Sint corpora A, B, C, D; diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis $a, b, c, \& d$. Altitudines, a quibus corpora hæc deſcendunt, ſunt ut $a, b, c, \& d$ & in eadem ratione velocitates. Dicatur diſtantia centri oſcillationis à puncto ſuſpenſionis x, & velocitas acquiſita deſcendendo ab altitudine a qua centrum hoc deſcen- [*151.] dit $\sqrt{x}$; ideò velocitas corporis A, ſi libere cecidiſſet, fuiſſet $\sqrt{a}$ * & ipſius [*192.1] vis A a *; ſummaque virium ſi ſingula corpora libere cecidiſſent $Aa+Bb+Cc+Dd$. Si quædam corpora dentur ad partem oppoſitam puncti ſuſpenſionis adſcendunt & horum vires negativæ ſunt.

In corporibus pendulo junctis velocitas corporis A detegitur hac regulâ $x, a :: \sqrt{x}, \frac{a}{\sqrt{x}}$. Cæterorumque corporum velocitates ſunt $\frac{b}{\sqrt{x}}$, $\frac{c}{\sqrt{x}}$ & [*191.1] $\frac{d}{\sqrt{x}}$; ſummaque virium $\frac{Aaa}{x}+\frac{Bbb}{x}+\frac{Ccc}{x}+\frac{Ddd}{x}$ *, quæ cum memoratæ ſummæ æqualis ſit; detegimus $x = \frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd}{Aa+Bb+Cc+Dd}$ juxta regulam n. 89.1

273. Quando pendulum compoſitum in obicem fixum, ad quamcunque a centro ſuſpenſionis diſtantiam poſitum, impingit, ſæpe in illud quod pendulum ſuſtinet premit, integram tamen in obicem vim exerit, ſi preſſio quam in centro

tro ſuſpenſionis exerit nullum ibi generet motum *. Ita autem obex, in quem incurrit pendulum, diſponi poteſt ut nullam pendulum in puncto ſuſpenſionis exerat in retinaculum ſuum preſſionem. Punctum penduli quod in hoc caſu in obicem incurrit vocatur centrum *percuſſionis*. *244. 274.

Centri hujus hæc *eſt proprietas, dari æquilibrium inter actiones quibus corpora ab utraque parte hujus centri in pendulum agunt.*

Poſſumus ergo conſiderare pendulum quaſi vectem, cujus ſuſtentaculum eſt obex, in quem incurrit, poſitus in ipſo centro percuſſionis, & æquilibrium dari dum in hunc vectem corpora incurrunt, velocitatibus quibus in pendulo moventur.

Penduli A I formati corporibus A & D, junctis lineâ inflexi, ſuſpenſâ in I, centrum percuſſionis erit H, ſi poſitis, vecte cujus ſuſtentaculum eſt H, & in hunc incurrentibus corporibus A & D, in ipſis punctis A & D, velocitatibus quas in pendulo habent, detur inter haſce actiones æquilibrium; tunc enim punctum I penduli ullo motu affici non poteſt, aut ſi retineatur, ullam exerere preſſionem. 275. TAB. A. fig. 3.

Ut caſum æquilibrii determinemus poſitis variis corporibus, ſingulorum actiones determinari debent, id eſt, ſunt hæ actiones conferendæ inter ſe.

Relictâ nunc penduli conſideratione, ad ſolum vectem attendendo; ſit Corporis A velocitas *m*, & *a* diſtantia A H; *Corporis* D velocitas *n*, & *d* diſtantia H D. Eodem modo in vectem agit corpus A, utrum in A ad partem M, aut in L ad partem N, eadem velocitate in hunc incurrat poſitis H A & H L æqualibus. Actio etiam erit eadem ſi, ſervatis corporum velocitatibus, concipiamus hæc rotari circa centrum H & ità agitata *in vectem* incurrere per *e* L & *f* D. Continuetur H *f* in G, ut H G & H *e*, aut H A, ſint æquales, æquilibrium dabitur, ſi velocitas puncti *e* ſe habeat ad velocitatem puncti G, ut D *dd* ad A *aa* *, id eſt 276. *254.

$$\mathrm{D}dd, \mathrm{A}aa :: m, \frac{an}{d},$$ hæc enim eſt velocitas puncti G; ergo $\mathrm{A}am = \mathrm{D}dn$;

unde patet *actionem ſequi rationem producti maſſæ corporis per velocitatem, & diſtantiam a fulcro.*

In pendulo velocitas ſequitur rationem diſtantiæ à puncto ſuſpenſionis; & diſtantia a fulcro, eſt diſtantia a centro percuſſionis; ergo actio corporis ſequitur rationem producti corporis per ſuas diſtantias a centris ſuſpenſionis & percuſſionis, daturque æquilibrium inter actiones ab utraque parte centri percuſſionis, quando producta hæc ab utraque parte hujus centri ſunt æqualia, quam eandem cùm *centrum oſcillationis* habeat proprietatem *, ſequitur hoc *cum centro percuſſionis coincidere.* 277. *87.

CAPUT XXIV.

De congreſſu corporum Elaſticorum.

Corpora elaſtica, poſt ictum, ut jam notavimus, ſeparantur, * ſed vi diverſa in circumſtantiis ſimilibus; nam in variis corporibus elaſticitas differt. *205.

D E-

Definitio.

278. *Elaſticitas dicitur perfecta, quando partes ictæ ad priſtinum ſitum redeunt, vi æquali illi, cum qua fuere ictæ.*

De perfecta agimus elaſticitate, licet nulla corpora tali elaſticitate prædita nobis nota ſint; regulæ enim generales niſi quoad perfectam elaſticitatem tradi non poſſunt; quo magis ad hanc corpora accedunt eo magis exacte motus horum cum regulis congruunt.

Nulla vis in colliſione corporum perit, niſi quæ intro-
*210.5 premendo partes conſumitur *; ideo ſi corpora ſint elaſtica tota impenditur in inflexione partium elaſticarum, ſed æquali vi ad priſtinam figuram hæ redeunt; ergo vis de-
279. ſtructa iterum inſtauratur; & *ſumma virium corporibus inſitarum poſt ictum æqualis eſt ſummæ virium ante ictum*; quæ demonſtratio univerſalis maximè eſt, & colliſionibus quibuſcunque applicari poteſt.

280. Hinc ſequitur *Corpus elaſticum in obicem firmum elaſticum impingens, eâdem celeritate redire qua acceſſit. Si directio perpendicularis ſit ad obicem etiam in eâdem lineâ redibit*, cum non magis unam quàm aliam partem verſus poſſit deflecti.

In reliquis de directa impactione tantum in hoc capite ago.

281. *Elaſterium flexum, poſitum inter duo corpora quieſcentia, dum ſeſe expandit ambo movet corpora*; ſi preſſio qua partes corporis cohærent ſuperet preſſiones quas elaſterium in corpus hoc exerit, tota elaſterii actio, cum nulla detur partium introceſſio, in movendis corporibus conſumitur, & *ſumma virium corporibus communicatarum valet vim qua elaſterium fuit flexum.* Sed dum elaſterium hæc movet corpora, duas exerit actiones, quæ ſingulæ æquales
*126. ſunt reactioni quam patiuntur *; id eſt, utraque actio æqualis eſt reſiſtentiæ quam ad partem oppoſitam patitur.
*12. Reſiſtentiæ hæ ſunt ut quantitates materiæ in corporibus *; ergo

ergo *actiones* in eadem ratione ad partes oppoſitas; id 282.
eſt, *ſunt in ratione inverſa corporum motorum, in qua eadem ratione ſunt velocitates corporibus communicatæ.** *194.

Caſus hic exſtat, *ſi duo corpora elaſtica in ſe mutuo incur-* 283.
rant velocitatibus quæ ſunt inversè ut maſſæ; nam poſitis his non elaſticis, poſt ictum quieſcunt; ergo in ipſo momento concurſus, ante figuram inſtauratam, datur elaſterium flexum inter duo corpora quieſcentia. Separantur ideo hæc velocitatibus quæ ſunt inversè ut maſſæ *, *282.
id eſt, velocitates poſt ictum in eadem ſunt ratione in qua ante ictum erant; unde ſequitur *corpus utrumque redire eâdem velocitate quam ante ictum habuit*, nam ſi minuatur in uno, non ſervabitur ratio niſi & in altero minuatur, quare ſumma virium minor erit, quod impoſſibile *; demon- *279.
ſtratio eadem eſt ſi quis unius corporis auctam velocitatem dicat.

Experimenta de corporibus elaſticis inſtituuntur alterutrâ Machinarum ſuperius * explicatarum, & adhibitis glo- *170.212.
bis eburneis aut cylindris in fig. 3. Tab. 18. delineatis.

EXPERIMENTUM I.

Corpora duo P & Q, quorum maſſæ ſunt ut unum ad 284.
tria, in ſe mutuo incurrunt, hoc velocitate quinque, illud TAB. X. fig. 9.
velocitate quindecim, poſt ictum utrumque ad eandem ferè à qua cecidit altitudinem redit.

Defectus elaſticitatis in cauſa eſt quare non exactè ad eaſdem, à quibus cecidêre, redeant altitudines.

Quæ de elaſterio, inter corpora quieſcentia ſeſe expandente, demonſtrata ſunt, ad elaſterium inter corpora, eâdem cum his velocitate tranſlatum, & reſpectu corporum quieſcens, referri debent; *ſi ergo in nave duo corpora ela-* 285.
ſtica velocitatibus, quæ ſunt inverſe ut maſſæ, in ſe mutuo impingant, velocitatibus iiſdem in nave redibunt.

Poſitis quæ in n. 233. dicta ſunt, in nave, quæ velocitate 286.
B I fertur, corpora non elaſtica poſt ictum quieſcunt, & TAB. XX. fig. 1. 2.
mutationes in velocitatibus ſunt inversè ut maſſæ, deſtru-

 ctis

ctis velocitatibus quibus in nave ad ſe invicem acceſſere; ſi fuerint elaſtica, in nave a ſe mutuo recedunt iiſdem hiſce velocitatibus quibus in nave ad ſe mutuo acceſſere *, id eſt ſecunda in velocitatibus datur mutatio æqualis primæ, quare utrumque corpus duplam patitur in velocitate mutationem,
*285. *
287. & *velocitas reſpectiva poſt ictum æqualis eſt velocitati reſpectivæ ante ictum.* In fig, 1. corpus motum velocitate B N, in nave ante ictum habebat velocitatem I N, hanc amiſit, & huic æqualem in contrariam partem acquiſivit I G, habet ideo velocitatem B G. Corpus aliud cujus velocitas erat B E in nave ante ictum redibat id eſt lentius ipſa nave movebatur quantitate I E poſt ictum æquali velocitate in contrariam partem id eſt celerius ipſâ nave fertur velocitaſque eſt B P, poſitis I E & I P æqualibus.

Eodem modo in fig. 2. Corpus quod habebat velocitatem BN, amiſit velocitatem I N, quam in nave habebat, & velocitate, huic æquali, I G nunc in nave redit, id eſt velocitate B G poſt ictum fertur; corpus aliud cujus velocitas erat B E, in nave redibat velocitate I E nunc mutato motu velocitate huic æquali I P in nave a puppi ad proram fertur, & ipſius velocitas abſoluta eſt B P.

Ex hiſce deducimus regulas quibus corporum elaſticorum velocitates poſt ictum determinamus.

Lege quæ habentur pag. 57. & ſeq. a n. 180. uſque ad Exp. 11. pag. 60. ſed attende, *motus quantitatem* deſignare *productum velocitatis per maſſam*, non autem *vim inſitam.*

In omnibus hiſce experimentis notandum, hæc hìc tradi ut obtinerent ſi perfecta foret elaſticitas, ad cujus defectum ſemper attendere debemus.

288. *In corporibus elaſticis ſubita admodum eſt elaſterii actio.* Ideo ſi varia corpora elaſtica ſint contigua, & extremum percutiatur, omnia ſequentia agitantur quaſi eſſent ſeparata; etiam ſi ex variis contiguis, eâdem velocitate motis, antecedens in corpus quodcumque incurrat, agit ut

ut à reliquis ſeparatum ageret; Unde ſequitur *corpus moveri ſola actione corporis vicini, & in vicinum corpus tantum agere*, partibus elaſticis ad figuram redeuntibus, antequam actio corpori ſequenti communicari poſſit. 289.

vide Exp. 11. pag. 60.

Alio conſtat experimento ita ſubitam eſſe elaſterii actionem ut vix concipiatur. 290.

EXPERIMENTUM 12.

Globus eburneus cavus, diametri circiter duorum pollicum, ex duobus conſtat hemiſphæriis quæ cochleâ quàm arctiſſimè inter ſe conjungi poſſunt.

Hemiſphærium unum dimittitur ita, ab altitudine quacunque, ex. gr. octodecim pollicum, ut plano marmoreo cœruleo, paululum madefacto, impingat; & quidem ut punctum medium ſuperficiei in planum incurrat. Hoc haud difficulter obtineri poteſt, ſi in eo loco majorem habeat craſſitiem hemiſphærium quâm extrema verſus. Menſuretur macula quam in marmore corpus impactu imprimit.

Conjungatur hemiſphærium aliud & dimittatur ab eadem altitudine globus ita, ut idem punctum ſuperficiei hemiſphærii primi in planum marmoreum incurrat, quod facile fiet ſi hemiſphærium hoc illo gravius fuerit: macula priori quam exactiſſimè æqualis erit, & globus multo minus reſiliet.

Tandem in globi cavitatem inſeratur plumbi fruſtum, ejuſdem ponderis cum ipſo globo, ibique firmetur; dimiſſo eodem modo globo, & in hoc tertio caſu macula eadem erit, & globus vix reſiliet.

Dimiſſo autem ab eadem altitudine globo ſolido ex ebore, globo memorato æquali, macula major eſt, & fere ad illam à qua cecidit altitudinem globus redit.

In hoc experimento videmus, partes ictas hemiſphærii, quod in planum marmoreum impingitur, ad figuram rediiſſe, antequam huic hemiſphærio actio hemiſphærii alîus aut plumbi inſerti, communicari potuerit, licet ſatis arcte hæc corpora cohæreant.

SCHOLIUM I.

Uberior demonſtratio n. 279.

TAB. XX. fig. 1. 2. *191. Demonſtravimus in congreſſu corporum elaſticorum ſummam virium ante & poſt ictum eſſe eandem*; unde ſequitur, poſitis explicatis in n. 286. 287.
$AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$; cujus & hìc geometricam dabimus demonſtrationem.

291. TAB. XX. fig. 1 8. Primo tendant corpora eandem partem verſus. Formentur quadrata linearum BE, BG, BN, & BP; ducatur omnium diagonalis BV. Ducatur IS parallela ad PV; & per S, punctum, in quo diagonalem ſecat, ducatur XSK, parallela PB; continuentur GR & EQ in Z & K; quia IN & IG ſunt æquales, ut & IP & IE, triangula YST, RSZ ſunt æqualia, etiam triangula SXV, SKQ. Idcirco Trapezium GRTN æquale eſt rectangulo GZYN, & trapezium EQVP æquale rectangulo EKXP.

1. El. VI. Semidifferentia quadratorum linearum BN, BG eſt trapezium GRTN, id eſt rectangulum GZYN. Eodem modo ſemidifferentia quadratorum linearum BP, BE eſt rectangulum EKXP; Sed rectangula hæc, propter communem altitudinem IS, ſunt ut baſes, aut ut baſium ſemiſſes IN, IE; etiam ut ſunt ſemidifferentiæ quadratorum ita integræ differentiæ: ergo

$$BN^q - BG^q,\ BP^q - BE^q :: IN, IE,$$ id eſt ut BC ad AB ex conſtructione.

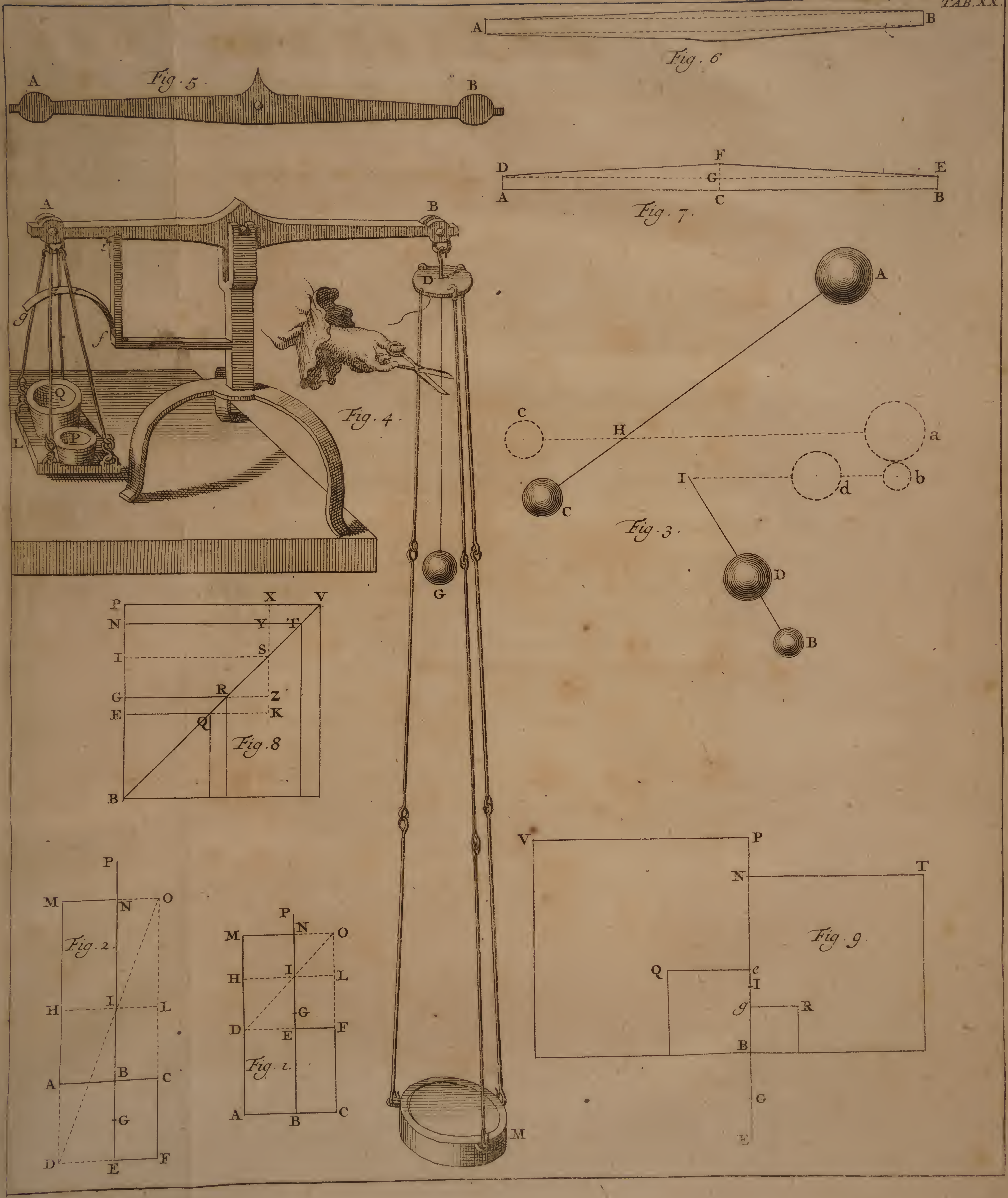
Idcirco $AB \times BN^q - AB \times BG^q = BC \times BP^q - BC \times BE^q$; ideo $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$. quod demonſtrandum erat.

292. TAB. XX. fig. 1. 9. Tendant nunc corpora in partes contrarias. Formentur iterum quadrata linearum BP, BN, BE aut B*e*, & BG aut B*g*. Propter æquales IN, IG, & IP, IE, æquales ſunt NP, EG, aut *eg*; addamus utrimque *e*N, erunt æquales *e*P, *g*N. Differentia quadratorum BV & BQ; id eſt quadratorum linearum BP, BE, eſt rectangulum, cujus baſis eſt PV, & *e*Q, id eſt PE, & altitudo *e*P; differentia quadratorum BT, BR, id eſt quadratorum linearum BN, B*g* aut BG, eſt rectangulum, cujus baſis eſt NT, & *g*R, id eſt NG, & altitudo *g*N; propter æquales altitudines rectangula hæc ſunt ut baſes PE, NG, aut ut harum ſemiſſes IE, IN, quæ ſunt ut AB, BC; ergo.

$$BP^q - BE^q,\ BN^q - BG^q :: AB,\ BC.$$

Idcirco $AB \times BN^q - AB \times BG^q = BC \times BP^q - BC \times BE^q$; unde deducimus $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$. Quod demonſtrandum erat.

SCHO-


Fig. 6
Fig. 5
Fig. 7
Fig. 4
Fig. 3
Fig. 8
Fig. 2
Fig. 1
Fig. 9

SCHOLIUM 2.

Illuſtratio circa mutuam corporum elaſticorum actionem.

Licet circa ſummæ virium æqualitatem ante & poſt ictum dubium ſupereſſe nullum poſſit, cum hæc ex ipſa perfecta elaſticitate ſequatur *, & etiam, ut in præcedenti ſcholio fecimus, ex regulis computationis deducatur, obſcurum quid nihilominus in hiſce dari non diffiteor; cum ex demonſtratis non pateat, quomodo elaſterium, quod dum ſe inter corpora expandit, & ad partes oppoſitas vires, quæ ſunt inverſè ut maſſæ, communicat *, poſſit ſæpe unico corpori integram non modo, qua ſe expandit, imprimere vim; ſed præterea quantum ex vi aliûs corporis tollit. Si Ex. C. corpus A duobus gradibus velocitatis, id eſt, cum quatuor grad. vis *, incurrat in corpus B æquale quieſcens, poſt ictum, ſepoſita elaſticitate, ambo unico gradu velocitatis gaudent * & ſingula unicum gradum vis habent *, id eſt, amborum vis valet duo, & duobus reliquis gradibus vis partes fuere compreſſæ *; id eſt, ſi corpora ſint elaſtica, hac ipſa vi elaſterium fuit flexum, & eadem vi ſeſe expandit *: Poſt ictum verò corpus B duos habet gradus velocitatis *, id eſt vim quatuor *, & quieſcit A; Elaſterium ergo ipſi B tres gradus vis communicavit, & gradum unum ex A ſuſtulit; quamvis duobus tantum gradibus vis fuerit flexum; & licet propter corpora æqualia, æquales impreſſiones ab utraque parte exeruerit. 293. *278. *282. *192. *240. *192. *210. *278. *183. *192.

Ut hæc tollatur difficultas, inter vim abſolutam & relativam diſtinguendum. Elaſterium inter corpora poſitum vires ipſis communicat, quæ ſunt inverſè ut maſſæ, ſi inter corpora quieſcat *; id eſt, ſi, translatis corporibus, eodem motu cum hiſce feratur; quales ideò motus corporibus communicantur in nave quæ eadem velocitate cum corporibus fertur, & in qua idcirco hæc cum elaſterio quieſcunt *; ſed propoſitio hæc ad motus abſolutos referri non debet, quorum unus acceleratur, alter retardatur, translato jam ipſo elaſterio ante hujus actionem, ad caſum ita conſideratum demonſtratio propoſitionis applicari nequit. 294. *282. *285.

Circa vires abſolutas notandum, has corpori ſæpe communicari, cauſâ moventi quæ ipſa transfertur, in quo caſu *non ſola cauſa movens in corpus agit, ſed & in corpus datur actio illa quæ ipſam transfert cauſam moventem, corporique communicatur vis, quæ valet ſummam harum actionem* *; nam vis hæc eſt effectus ambarum actionum conjunctarum; agitur enim de caſu in quo hæ alium nullum effectum edunt. Hæc jam alia occaſione notavimus *. 295. *126. *168.

Quando elaſterium obſtaculo inſiſtit quod ad partem oppoſitam non cedit, totam vim qua fuit inflexum corpori quod ab obſtaculo repellit communicat, ut hoc antea notavimus *, & ſequitur ex demonſtratione n. 282. & confirmatur experimentis memoratis * addita propoſitione n. 280; quæ, poſitâ perfectâ elaſticitate, in dubium a nemine vocatur, neque vocari poteſt. *163. *213.

Si autem elaſterium quod ab una parte inſiſtit obſtaculo quod non cedit totam ſuam ad oppoſitam partem vim exerat, multo magis *Elaſterium quod ad illam transfertur partem ad quam agit, integram vim, qua relaxatur, corpori communicabit, cui etiam imprimet vim quæ valet actionem, quæ ipſum transfert elaſterium dum relaxatur* *. 296. *295.

297. Ex quibus quoque ſequitur, *quando obſtaculo non omnino immobili inſiſtit Elaſterium hoc ad partem oppoſitam exerere vim ſuam totam, demtâ illâ, quâ obſtaculum poteſt movere.*

298. Si hæc applicemus ad caſum memoratum, facile videmus corpori B communicari duos gradus vis, quibus partes elaſticæ fuere flexæ, & præterea im-
*195.s preſſionem qua elaſterium fuit translatum, durante expanſione *, quæ impreſſio eſt actio corporis A in Elaſterium, & valet vim a corpore A in hac a-
*200.s ctione amiſſam *. Amiſit autem A unum gradum vis, qui ergo ipſi B, præter duos memoratos, fuit communicatus; accepit ergo B tres gradus vis, qui additi uni gradui, quem ante elaſterii actionem habebat, dant quatuor gradus vis. Quod explicandum erat.

299. Ratiocinium omnino ſimile eſt in aliis caſibus, in quibus poſt ſeparationem ad eandem partem corpora tendunt, aut unum quieſcit; ſi autem ad partes propoſitas poſt ictum moveantur ex iiſdem principiis difficultas tollitur, ut hoc patebit exemplo.

300. Sit corpus A cujus maſſa eſt 1. quod velocitate 6., id eſt, cum vi 36. *, in-
*192.s currit in corpus duplum quieſcens B; ponimus corpora perfecte elaſtica.
*240.s180. Poſt ictum B habebit velocitatem 4, id eſt, vim 32. & A redibit velocitate 2,
181. habebitque vim. 4 *. Hoc, jam ante demonſtratum, nunc eſt illuſtrandum.

Ante inſtauratam figuram, corpora ambo cum duobus gradibus velocita-
*240.s tis moventur *, & Elaſtrum fuit flexum vi 24.*. Si navem concipiamus in
*231.s qua corpora poſt ictum, ante ſeparationem quieſcunt, id eſt cujus velocitas etiam eſt duo; corpora in hac ſeparantur viribus & velocitatibus, quæ ſunt in-
*194s.282.s verſe ut maſſæ *; B velocitate 2., & A celeritate 4., ſi Elaſtrum minus fuiſ-
*282.s ſet flexum, etiam vires fuiſſent inverſè ut maſſæ *; ergo, pro parte relaxato
*194.s Elaſterio, in hac ratione ſunt vires, ideoque velocitates *; idcirco ubi B habet unum gradum velocitatis in nave, A duos habet, & actio elaſtri valet 6. gradus vis.

Tum, motus abſolutos conſiderando, B habet velocitatem 3, & A quieſcit; Elaſtrum verò vim 18. ſuperſtitem exerit, dum corpori B ſecundum gradum velocitatis in nave & corpori A tertium & quartum in ipſa communicat. Habet nunc B, ſepoſita nave, velocitatem 4. & redit A velocitate 2.

*192.s Corpus B ante elaſtrum relaxatum vim habet 8 *, dum Elaſtrum primos 6. gradus vis exerit nondum redit A, verſamurque in caſu n. 299.s ideo ſex hi gradus corpori B communicantur, & præterea quantum amittit A ut hoc in n. 298.s explicavimus, id eſt 4; habetque B vim 18. quæ reſpondet velo-
192.s citati 3; maſſa enim eſt duo.

Elaſtrum nunc ab una parte inſiſtit corpori quieſcenti, ad alteram corpori agitato, ipſumque huc uſque totum fuit translatum, nunc autem pro parte tantum transfertur & poteſt repellere corpus A vi 4, ideoque reliquam tan-
*297. tum vim 14 poterit ipſi B imprimere *; hi additi ad 18, dant gradus 32. quos, ut ex ante demonſtratis liquet, revera habet.

SCHO-

SCHOLIUM 3.

Paradoxi explicatio.

Ex corporum elaſticorum proprietate in n. 289.ſ memorata deducitur para- 301.
doxi, quod non minus notabile eſt quàm vulgare, explicatio.

Fabri argentarii, qui domus cujuſcunque partem ſuperiorem occupant, incudem pulvino ſuperimponunt, quo magis ictibus mallei incus reſiſtit, & minus tremit domus.

Ponamus, ſublato pulvino, trabi incudem imponi, incus corpus eſt elaſticum, & trabs, quæ in extremitatibus fixa eſt, etiam corpus eſt elaſticum. Ponamus malleo incudem percuti.

Dicatur mallei maſſa M; incudis maſſa I; & maſſa trabis cum corporibus cohærentibus & quæ cum ipſa agitantur T; ſit etiam velocitas mallei v. Multiplicando M per v, & dividendo productum per ſummam Maſſarum mallei & incudis & habemus dimidium velocitatis incudi communicatæ *, *240.ſ180.
nam licet trabi impoſita ſit incus agitatur quaſi ſola eſſet *, & ipſius velocitas *289.ſ
eſt $\frac{2M\times v}{M+I}$, qua velocitate incus percutit trabem & corpora cum hac conjuncta; multiplicando velocitatem incudis per maſſam habemus $\frac{2M\times I\times v}{M+I}$ dividendo duplum hujus producti per ſummam maſſarum habemus $\frac{4M\times I\times v}{\overline{M+I}\times\overline{I+T}}$
trabis velocitatem *. Denominator hujus fractionis $M\times I+I\times I+T\times M$ *240.ſ180.
$+T\times I$, propter M exiguum reſpectu I & T, vix ab hoc alio differt $M\times I$
$+I\times I+T\times I$, quo poſito, velocitas detecta mutatur in hanc $\frac{4M\times v}{M+I+T}$.

Interpoſito corpore molli, pulvino nempe, inter trabem & incudem, corpora hæc unicam quaſi formant maſſam, ideoque cum nunc malleus majus percutiat corpus majorem patitur reſiſtentiam, & velocitas trabi communicata habetur dividendo $2M\times v$ per ſummam maſſarum $M+I+T$ *, & velocitas eſt *240.ſ180.
$\frac{2M\times v}{M+I+T}$ dimidium velocitatis ſublato pulvino; & agitatio, ſublato hoc ipſo, quadruplum poteſt edere effectum *. *169.ſ181.

De

De motu compoſito.

302. *SI corpus moveatur, & hujus celeritas augenda aut minuenda ſit, manente directione,* evidens eſt, *impreſſionem requiri, quæ proportionalis ſit differentiæ quadratorum velocitatis quam corpus ante actionem habuit, & illius quam poſt actionem habet,* huic enim differentiæ vis communicata aut ſublata proportionalis eſt *.

*169, 1. 303. *Ponamus duas actiones eodem tempore in corpus juxta eandem directionem agere.* Dum augetur velocitas; creſcit in ratione duplicata vis corpori inſita *; id eſt hujus augmentum ſequitur proportionem augmenti trianguli quod dum 169. 1 augetur eidem ſimile manet, & cujus latus unum velocitatem repræſentat *; vis dum velocitas eſt A *g*, eſt ad vim ubi velocitas eſt A *l*, ut area A *g r* ad A *l s*.

TAB. A. fig. 7. *19. El. vi. Concipiamus, actiones alternatim in corpus agere per intervalla temporis æqualia; actione primâ communicari vim A *d o*; ſecundâ vim *d o p e*; iterum actione prima communicari vim *p e f q*, & ſecundâ *f q r g* & ſic ulterius; ſumma arearum albarum repræſentat vim integram prima actione communicatam, & ſumma nigrarum deſignat vim integram ſecundâ actione corpori impreſſam. Cum per tempora æqualia actiones egerint, vires hæ, id eſt, ſummæ arearum, ſunt ut ipſæ actiones, in qua etiam ratione eſt area quæcunque alba ad ſuam vicinam nigram: ſi momenta temporum fuerint infinitè exigua, ut ſunt quando actiones ſimul agunt, areæ hæ pro parallelogrammis haberi poſſunt, & parallelogramma vicina eandem habebunt altitudinem; ideoque erunt inter ſe ut baſes *; ergo baſis albi ad baſim vicini nigri, *ut actio prima ad ſecundam,* & in eadem ratione ſumma ba- *1. El. vi. ſium parallelogrammorum alborum ad ſummam baſium nigrorum; id eſt, *ita ſe habet velocitas quam communicavit actio prima ad velocitatem ex ſecundâ oriundam.* Quæ eadem demonſtratio in acceleratione quacunque corporis ex duabus actionibus locum habet.

Si

Si in corpus motum, actio detur juxta directionem di-
verſam a directione motus primi, mutationem in directione
dari ſuperius vidimus *, & quæ velocitates in hiſce caſibus *115.
ſpectant examinavimus *, de viribus nunc agendum. Movea- *190.
tur corpus per A D, celeritate, quam hac lineâ deſigna-
mus, & vis nova hoc pellat per A E, celeritate, quam hac TAB. A. fig. 8. 9 10.
linea deſignamus; corpus duabus celeritatibus latum, mo-
vetur per A B *. *Non* tamen *in ſingulis* hiſce *caſibus im-* 304.
preſſione æquali æqualis communicatur velocitas lateralis; *190.
ponimus A B & A E in tribus figuris reſpectivè æquales.
In fig. 9. motus ſecundus, pro parte cum motu primo con-
ſpirat, ita ut in illo motu contineatur acceleratio motus
per A D. Eodem modo retardatio velocitatis per A D con-
tinetur in motu per A E in fig. 10. Idcirco impreſſiones, qui-
bus corpora per A E pelluntur, ut velocitatem hac lineâ
deſignatam corporibus ſingulis communicent, non ſunt æ-
quales inter ſe *, neque impreſſioni, qua corpori quieſcenti *165.
hæc poſſet communicari velocitas *. *162.

In ſolo caſu fig. 8., in quo angulus E A D eſt rectus, motus 305.
lateralis neque conſpirat neque contrarie agit cum motu per
A D, & impreſſio, qua corpus movetur, in corpus agit quaſi
quieſceret; idcirco in hoc caſu vis corpori communicata pro-
portionalis eſt quadrato ſuæ velocitatis *, & cùm impreſſio *169.
non poſſit vim per A E minuere, corporis vis integra pro-
portionalis eſt ambobus quadratis linearum A D & A E, quod
congruit cum demonſtratis: nam fertur corpus celeritate A B, * *190.
cujus quadratum valet memorata duo quadrata *. *47. El. 1.

Ex his virium menſura, ſi hæc ignota eſſet, detegi poſſet. Cor- 306.
pori, quod habet vim quæ reſpondet celeritati A D, communi-
catur vis quæ velocitati A E reſpondet, quæ cum corpori com-
municetur quaſi quieſceret, vim primam mutare non poteſt; va-
let ideò corporis vis integra ſummam harum virium, dum
ipſius velocitas eſt A B; ergo vis quæ huic reſpondet velocitati,
memoratæ ſummæ æqualis eſt. Quod fieri non poterit in omni
caſu niſi quadratis velocitatum vires proportionales ſint *. *47. El. 1.

TAB. A. fig. 8. Deducimus ex his non intereſſe neque reſpectu impreſſionum, quibus corpus agitatur, neque reſpectu virium, neque velocitatum, utrum corpus per A B feratur celeritate A B, an per A D & A E celeritatibus hiſce lineis proportionalibus, quæ inter ſe angulum rectum continent. Quare
307. *motus per A B, juxta directionem ut A D, nil continet præter motum velocitate A D.*

308. Deducimus etiam *motum corporis reſolvi* poſſe *in duos alios* innumeris modis, quod fiet, *ſi linea, in directione motus dati poſita, & longitudine celeritatem deſignans, ſit hypotenuſa trianguli rectanguli; nam hujus reliqua duo latera ſitu motuum quæſitorum directiones dabunt, & longitudinibus ſuis reſpective velocitates horum exprimene: eruntque vires juxta has directiones quadratis velocitatum proportionales.*

309. Ut nunc determinemus, qua vi corpus per A E ſit agitandum,
TAB. A. fig. 9. ut ei communicetur celeritas A E, in caſu in quo motus hic cum primo motu pro parte conſpirat; motum per A E in duos reſolvo * per A f & A g, ângulum rectum continentes, & ducitur E g parallelâ A f. Per A f tantum corpori vis communicanda eſt, qua corpus ſi quieſceret hac celeritate poſſet ferri, & quæ proportionalis eſt quadrato A f *; per A g autem vis communicanda eſt, qua celeritas A D quantitate A g augeatur, id eſt fiat A h, quæ vis proportionalis eſt differentiæ quadratorum A h, A D *. Hæ vires ſimul communicandæ erunt juxta A E ut corpus hac celeritate poſſit ferri; & vis integra corporis proportionalis eſt quadrato lineæ A D, differentiæ quadratorum linearum A h & A D, & quadrato A f; primis duobus ex hiſce tribus quantitatibus in unam ſummam collectis, habemus quadratum lineæ A h, cui ſi addatur quadratum lineæ A f, aut h B, habemus quadratum lineæ A B; cui proportionalem eſſe vim corpori inſitam ex ante demonſtratis ſequitur *, cum conſtet corpus celeritate A B ferri *.

* 192. * 305. 169. * 302. * 169. * 190.

310. Si motum per A E eodem modo in duos reſolvamus per A f &
TAB. A. fig. 10. A g *, motu hoc ſecundo retardatur motus per A D; unde ſequitur, ut corpus per A E, celeritate hac lineâ deſignatâ feratur, illi

* 308.

com-

communicandam eſſe vim, quæ proportionalis ſit quadrato *A f*, & impreſſionem, qua agitatur, ulterius tantum valere debere, ut quantitate *A g* poſſit minuere velocitatem A D; in hoc caſu corpus juxta directionem A D tantum ſuperſtitem habebit vim proportionalem quadrato A *h* *, cui ſi addatur vis proportionalis quadrato A *f* *, habemus vim proportionalem quadrato A B; quod iterum cum ante demonſtratis congruit *. *302.s *305.s *190.169.s

Propoſitionem hanc, vim ſequi proportionem quadrati velocitatis, non poſſe referri ad illam cum qua alia in eadem linea agit, facile ex ante demonſtratis ſequitur *, hac de causâ ubi vim in duas reſolvimus, hæ quadratis velocitatum proportionales non erunt, niſi ambarum directiones angulum rectum contineant, ne aliter pro parte conſpirent aut contrarie agant *. Ex quibus deducimus vim reſolutam non iterum poſſe reſolvi. Motus per A B reſolvitur in duos motus ejuſdem corporis per A D & A E, & vires quadratis velocitatum ſunt proportionales; ſed ſi motus per A E iterum in duos per A F & A G, angulum rectum continentes ſeparetur, non erunt hæ ultimæ quadratis velocitatum proportionales, & non poterit hîc applicari n. 308 *s*, in quo agitur de viribus, quæ non modo inter ſe non conſpirant, neque contrarie agunt, ſed quæ cum tertiâ nil commune habent. Hîc autem ipſe motus corporis per A B in tres motus reſolvitur per A D, A F, & A G, in quibus A F & A D pro parte conſpirant, A D & A G partim contrariè agunt; & reſolutio quæ ad velocitates poteſt applicari, cùm demonſtratio n. 192. eadem ſit, ſive motus in reſolutione conſpirent, ſive contrarie agant, ad vires non poſſe referri ex ante demonſtratis clarum eſt *. 311. *302.303.s *305.s TAB.A. fig 8. *162.165.s

In n. 309.*s* 310.*s* motum per A B compoſitum habemus ex duobus, quorum unum in alios reſolvimus, ſed ita, ut poſt reſolutionem omnes motus darentur in duabus lineis, angulum rectum continentibus: quare motus in ſingulis lineis, ſeparatim conſiderari potuere, quod nunquam fieri poteſt ubi motus varii in pluribus quàm duabus lineis dantur, tunc e- 312. TAB.A. fig. 9.10.

nim quidam neceſſario motus pro parte conſpirant, aut contrarie agunt; de his nihil demonſtravimus, ex eadem tamen theoria virium deduci poſſunt.

De Percuſſione obliqua.

DEFINITIO I.

313. ANgulus incidentiæ *vocatur angulus quem directio motus corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad ſuperficiem hujus in puncto, in quo percutitur.*

DEFINITIO 2.

314. Angulus reflexionis *eſt angulus, quem cum eadem perpendiculari efficit directio motus corporis poſt percuſſionem.*

315. *Si Corpus elaſticum* P *in obicem firmum elaſticum* F G *in-*
TAB. A. fig. 11. *currat, obliquè* juxta directionem P *a*, *redibit* per *a p*, *ita, ut angulus incidentiæ* P *a* B *æqualis ſit angulo reflexionis* B *a p*. Motus per P *a*, quam longitudine celeritatem corporis deſignare ponimus, poteſt reſolvi in duos, quorum unius directio parallela ſit lineæ B *a*, alterius huic perpendicularis; & corpus in obicem incurret in *a*, quaſi celeritati-
*308. bus C *a*, B *a*, & juxta haſce directiones, ad hunc accederet *. Motus per C *a* ictu non mutatur & celeritate *a* E corpus motum continuat, poſitis C *a*, *a* E æqualibus; motu per B *a* directè in obſtaculum incurrit, & per eandem lineam,
*280. ea qua acceſſit celeritate redit *, id eſt per *a* B; hiſce autem duobus motibus agitatum corpus redit per *a p*, diago-
*190. nalem rectanguli lineis *a* E, *a* B, formati *; Triangula verò B P *a*, B *a p* eſſe æqualia liquet, unde conſtat propoſitum. Simili methodo detegimus motus corporum oblique in ſe mutuo impingentium.

Le-

Lege quæ habentur pag. 65. & ſeq. ab art.
Corpus Q quieſcit, corpus P &c.
ad finem uſque capitis; interjectâ deſcriptione machinæ qua exp. 3. inſtituitur, quæ habetur n. 191. pag. 63.

De Colliſione compoſita.

DEFINITIO.

Compoſitam *dicimus* colliſionem *ubi plura dantur quam duo corpora concurrentia, aut ubi corpus unum in plura plana eodem tempore incurrit.* 316.

In hoc capite quædam examinabo circa colliſionem trium corporum, & impactionem corporis in duo plana.

Corpus P, velocitate A P, incurrit in angulum G C F, juxta directionem A P; determinandum qua actione in utrumque planum G C & F C incurrit. 317 TAB. XXV. fig. 1. 2.

Notandum corpus, integram ſuam amittere vim; ponimus enim obſtaculum fixum.

Ductis A B & A D, quæ cum C G & C F angulos efficiunt rectos, ſint P E & P H ad has reſpectivè parallelæ.

Si nunc concipiamus Corpus P, eodem tempore ferri per A E & A H, velocitatibus hiſce lineis proportionalibus, revera movebitur per A P velocitate A P *; ideò poſſumus conſiderare corpus, dum pertingit ad P, agitari velocitatibus H P & E P, & juxta haſce directiones in plana C G, C F incurrere directè; ita ut quæſtio eo reducatur, quibus viribus corpus eodem tempore per A E & A H ferri poſſit. * 190.

Si angulus F C G eſſet rectus, & rectus eſſet angulus E A H; idcirco motus hi neque contrarie agerent, neque ad eandem partem tenderent, & quadratis velocitatum A E & A H actiones proportionales eſſent *. * 308.

Ubi autem angulus, quem plana continent, eſt acutus, aut obtuſus; ut in hiſce figuris, ducendæ ſunt ad A P perpendiculares E L, H I. In motu per A E continetur motus per A P velocitate A L; in motu per A H continetur motus per A P velocitate A I, & nil præterea ex motu per A P in his motibus continetur, propter angulum rectum A I H*, * 307.

Ita ut non interſit, quantum ad motum corporis, utrum eodem tempore moveatur corpus per A H & A E, velocitatibus hiſce lineis proportionalibus; an in linea A P moveatur eodem tempore velocitatibus A I & A L. In utroque caſu revera movetur corpus per A P, velocitate A P; quæ ergo valet ambas velocitates A L, A I, quod & aliunde conſtat: Nam A L & I P ſunt æquales propter triangula ſimilia & æqualia A E L, H I P habentia latera reſpectivè parallela, *54. El. 1. quorum A E & H P ſunt æqualia *.

Jam cum motus per A L contineatur in motu per A E quo agit in planum G C, & motus per A I contineatur in motu per A H, quo in aliud planum corpus agit; ſequitur actiones in plana eſſe vires quibus corpus eodem tempore fertur velocitatibus A L & A I: vires verò hæ ſunt ut ipſæ *305. velocitates *, & integra vis corporis, quæ quadrato veloci- *169. tatis A P proportionalis eſt *, ſecari debet in duas partes quæ ſint inter ſe ut A L & A I; partes hæ ſunt rectangula A P per A L, & A P per A I.

318 Si, poſito angulo G C F obtuſo, directio motus A P cum TAB. XXV. fig. 3. crure uno, ut C F, angulum etiam efficiat obtuſum, in hoc ultimum planum tantum actionem exerit corpus, proportionalem quadrato lineæ A D, perpendiculari ad F C, & ictu non integram amittit vim, ſed per C F motum poſt impactionem continuat, velocitate linea D C proportionali.

*308. Hæc ex reſolutione motus * ſequuntur. Nam aliundè demonſtrabimus nullam in planum G C dari actionem.

In caſu fig. 2. ubi angulus; quem A P cum C F efficit, eſt acutus, actio in planum G C minuitur, aucto angulo hoc, ſi hic rectus ſit, ut in fig. 3. datâ corporis directione *a* P, parallelogrammi A E P H diagonalis A P coincidit cum latere A H, & latus aliud A E, ideoque A L, evaneſcunt, & cum *317. hiſce actio in planum G C etiam tollitur *; quæ ergo auctâ inclinatione viæ corporis ad planum hoc etiam nulla erit.

In determinandis quæ ſpectant directam colliſionem trium corporum, illi ſimili utimur methodo quam circa duorum corpo-

porum collisionem adhibuimus. *Ubi tria dantur* 319.
corpora duæ dantur velocitates reſpectivæ à quibus pendent
actiones corporum in ſe mutuo *, & partium introceſſio- *215.
nes, quæ, *manentibus* corporibus, & hiſce duabus velocitatibus, *eadem ſemper eſt*, ideoque & *vis ictu deſtructa**. *Quando corpora poſt ictum quieſcunt ſumma virium eſt*, *datis velocitatibus reſpectivis*, *omnium minima*; ſi enim ſumma minor daretur minor vis ictu deſtruetur, quod fieri non poteſt. 320 *210.

Demonſtramus autem in Scholio 1. hujus cap. *vim, datis velocitatibus reſpectivis, eſſe omnium minimam, ſi motis duobus corporibus unam partem verſus, aliud in contrariam partem ita feratur, ut hujus maſſæ productum per ſuam velocitatem valeat ſummam productorum maſſarum reliquorum duorum, ſingularum multiplicatarum per ſuas velocitates.* 321

In hoc autem caſu corpora poſt ictum quieſcere, & ideo ſummam virium eſſe omnium minimam etiam deducimus ex demonſtratis circa collisionem corporum duorum, ad quam trium corporum collisionem referimus.

Sint corpora tria A, B, C; velocitas primi *f h*; ſecundi *g i*; tertii *l i*. Ponimus producta A per *f h* & B per *g i*, ſimul ſumta, valere productum C per *l i*. 322 TAB. XXV. fig. 4.

Concipiamus corpus C in duas partes reſolvi D & E ita, ut D per *l i* valeat A per *f h*, & E per *l i* æquale ſit B per *g i*; id eſt ſit D ad E, ut A per *f h* ad B per *g i*. In hoc caſu A ad D, ut *l i* ad *f h*, & corpora hæc concurrentia poſt ictum quieſcunt *: quieſcunt etiam B & E *; quia B ad E, ut *l i* ad *g i*. Hæc autem quatuor corpora à tribus datis, memoratis velocitatibus agitatis, non differunt. TAB. XXV. fig. 5. *221. *221.

Vis in ictu quocunque amiſſa datis velocitatibus reſpectivis valet ſummam virium in caſu in quo corpora quieſcunt *; *319.
hæc autem ſumma ſolis datis velocitatibus reſpectivis exprimi poteſt &, ut in Scholio 1. demonſtramus. *In omni concurſu* 323.
directo trium corporum, vis amiſſa proportionem ſequitur ſummæ trium productorum, quæ formantur multiplicatis duabus

bus maſſis in ſe mutuo, & per quadratum velocitatis reſpe-ctivæ harum ipſarum, diviſâ ſummâ hac per ſummam trium maſſarum.

Datis corporibus A, B, & C; 1. multiplicari debet maſſa A per maſſam B & productum hoc per quadratum velocitatis reſpectivæ A & B; 2. productum maſſæ A per maſſam C multiplicandum eſt per quadratum velocitatis reſpectivæ horum corporum; 3. tandem ductis maſſis B & C in ſe invicem, productum multiplicari debet per quadratum velocitatis reſpectivæ horum corporum; ſumma verò trium horum productorum dividenda eſt per ſummam maſſarum, & habebimus vim ictu amiſſam.

324 *Si non fuerint elaſtica tria corpora, de talibus enim agi-*
*106. *mus, poſt ictum* eadem velocitate feruntur *, & hæc eſt velocitas quam navis haberet, in qua corpora juxta legem in n.321.5 indicatam agitata forent; quia poſt ictum in nave corpora quieſcerent, translatis ipſis eadem cum nave velocitate. Navis *velocitatem* in Scholio 1. *detegimus*, & habetur, *multiplicando ſingulorum corporum maſſas per ſuas velocitates & dividendo per ſummam maſſarum ſummam productorum, ſi tria corpora ad eandem partem tendant; ſin minus, motuum contrariorum producta à ſe invicem ſubtrahi debent.*

Videmus quæ ſpectant trium corporum colliſionem, in multis cum iis quæ de duobus corporibus demonſtrata ſunt convenire, quod etiam referri poteſt ad demonſtrata de mu-
*313.5 tationibus velocitatum in ratione inverſa maſſarum *. Nam
325 ut in Scholio 1. demonſtramus; *Mutationes in velocitatibus duorum corporum, oriundæ ex actione mutua horum corporum in colliſione, ſunt inverſe ut corporum maſſæ, licet & aliâ actione eodem tempore unius motus mutetur.*

326 Si nunc concipiamus corpora perfectè elaſtica, hæc in nave memoratâ, ſolâ elaſterii actione moventur, & à ſe invicem recedunt iiſdem celeritatibus, & viribus, quibus ad ſe invicem acceſſere; in hoc enim caſu ſingula elaſteria, quæ, dum relaxantur, vires generant æquales illis, quibus fuere

fuere flexa *, deſideratam, ut hunc præſtent effectum, pati- *278.s
untur reſiſtentiam, æqualem nempe illi, quam in inflexione paſſa ſunt, nam eodem modo corpus reſiſtit, dum certam amittit vim & dum eandem acquirit.

Unde generalem hanc deducimus concluſionem, *mutationem* 327
in velocitate, in impactione corporum elaſticorum quorumcunque, reſpectu ſingulorum duplam eſſe illius quæ in eodem incurſu, datis corporibus non elaſticis, locum haberet: ideo regulæ n. 180. s 181. s & hìc applicari poſſunt.

In demonſtratione hac ponimus actione mutua duorum 328
corporum ut A & B elaſticas horum corporum partes tantum TAB. XXV. fig. 4.
intropremi, id eſt, illud tantum flecti elaſterium quod datur inter hæc corpora ubi in *a*, *b*, concurrunt nullamque hujus actionis partem transferri ad inflectendas partes elaſticas inter *b* & *c*.

Hæc ſic ſeſe revera haberi ſequi videtur ex ſubitâ admodum partium elaſticarum inflexione & inſtauratione, quam ſuperius demonſtravimus *. *281.289.

Si autem concipiamus partes lentius intropremi, ut intropremuntur partes corporum mollium non ſeparantur corpora elaſtica, ut ad ſe mutuo acceſſere, & difficilior eſt motus determinatio.

In concurſu trium Corporum mollium A, B, & C, *eodem mo-* 329
mento ad ſe mutuo accedentium, introceſſiones ſunt æquales inter *a* & *b* & inter *b* & *c*, *licet actiones ſint inæquales*; nam dum, C agit in B, ſi hæc actio, actionem ſuperet quam A in B ad partem oppoſitam exerit non modo *c* intropremit partes inter *b* & *c*; ſed & premit, in *b* ita ut augeatur actio inter *b* & *a*; quare actione mutua corporum *c* & *b*, non modo partes inter hæc corpora intropremuntur, ſed & augetur introceſſio partium inter *a* & *c*, & hæc actio diſpergitur ita, ut *b*, quod inter *a* & *c* quieſcit, æqualiter ab utraque parte prematur; quare ab utraque parte, introceſſiones, ſi æque facile partes introcedant, æquales ſunt; ſumma vero cavitatum ambarum ſequitur proportionem vis deſtructæ in his formandis *. *186.220.

EXPERIMENTUM I.

Suſpendatur Globus ex argillâ molli ita, ut reſpondeat medio Machinæ n. 212. tranſmiſſo filo per foramen medium *f* (Tab. 18. fig. 2.) ad latera hujus duo ſuſpendantur cylindri D & F, (Tab. 18. fig. 4.) adhibitis uncis Y Y, loco uncorum V, V, (fig. 2.) Quieſcente globo, in hunc dimittantur, eodem momento, cylindri, major velocitate quinque, & alter velocitate decem, quæ velocitates ſunt inversè ut maſſæ, in qua ratione et-
*194. iam ſunt vires *; poſt ictum tria corpora quieſcunt & cavitates ab utraque parte ſunt æquales. Inæquales eſſe cavitates ſi corpora hæc ipſa eodem modo mota impingant in
*224. obicem fixum ſuperius vidimus *.

In hoc experimento vis majoris cylindri habetur multiplicando maſſam quatuor per quadratum velocitatis viginti-
*192. quinque *, & eſt 100; eodem modo vis alîus cylindri detegitur 200., & ſumma virium 300; vis hæc ictu perit, & cum cavitates ſint æquales in utraque formanda conſumitur vis 150. quod experimento ſequenti confirmatur.

EXPERIMENTUM 2.

330. Iiſdem poſitis quæ in experimento primo, tollatur cylindrus major & in ipſius locum ſuſpendatur cylindrus minori ſimilis & æqualis. Si globus paululum convertatur & in hunc cylindri ambo dimittantur velocitate $8\frac{2}{3}$, poſt ictum corpora quieſcunt, & cavitates erunt æquales inter ſe, & illis quæ in primo experimento formatæ ſunt. Cum vires ſint æquales & cavitates æquales, corpus utrumque ſuam format cavitatem, vis autem quæ conſumitur habetur multiplicando maſſam duo per quadratum velocitatis $75\frac{1}{9}$, & eſt $150\frac{2}{9}$.

331. *Si* nunc *concipiamus partes elaſticas flecti, ut memo-*
TAB. XXV. fig. 4. *ratorum corporum mollium partes introcedunt*, inflexio inter *a* & *b* æqualis erit illi quæ datur inter *b* & *c*; & *conſideranda ſunt corpora quaſi ſeparata actione elaſteriorum duorum æquè potentium inter hæc poſitorum.* Quo-

mo-

modo in hoc caſu ſeparatio determinetur in Scholio 2. videbimus.

Quomodo duo corpora, directionibus diverſis mota, in tertium eodem momento directè incurrentia hoc agitent, etiam explicabimus.

Dentur corpora A, B, directè eodem momento, velocitatibus quibuſcunque, incurrentia in corpus quieſcens C, directionibus A K, B K. Productis hiſce directionibus, ſint K D velocitas corporis A, & K E corporis B celeritas; erigantur D F ad K D normalis, & E G cum K E angulum rectum efficiens; dividatur K D in H ita, ut K H ſe habeat ad H D, ut maſſa corporis A ad maſſam C; eodem modo dividenda eſt K E in L, ut K L ſit ad L E, ut maſſa B ad maſſam C. Ductis nunc F H, G L, ſeſe mutuo interſecantibus in N, linea K N ſitu directionem, & longitudine velocitatem, demonſtrabit corporis C poſt ictum. 332. TA. XXV. fig. 6. 7.

Corpora autem A & B in lineis K D, K E, motum continuant, cum nullà actione horum directio mutari poſſit. Velocitates verò determinantur dimiſſis ex N ad K D & K E perpendicularibus N I, N M; eſtque K I corporis A, & K M corporis B velocitas poſt ictum.

Nulla datur actio qua corpora A & C in ictu directo, cum non ſint elaſtica, ſeparari poſſint *; & licet actione corporis B moveatur corpus C, eo quidem minuitur actio corporis A, ſed non C ab A juxta directionem K D ſeparat; tunc enim C ab actione ipſius A ſubduceret; ergo poſt ictum A & C eadem velocitate moventur juxta directionem K D; idcirco ſi C percurrit A N, velocitate quam hac lineâ exprimimus, movebitur A velocitate K I; motus enim per K N; juxta directionem K D, nil continet præter velocitatem K I *; & corpus A amittet velocitatem D I. 333. *106. *307.

Ulterius ad hoc debemus attendere, ductis lineis N O, N P, parallelis K E & K D, corpus C impactu corporum A & B eodem tempore juxta directiones K O & K P propelli, & quidem velocitatibus hiſce lineis propor-

* 190 tionalibus, ſi per K N, velocitate K N moveatur *, & mutatio in velocitate corporis quieſcentis C, ex actione corporis A erit K O; ergo K O ad I D, ſi N ritè ſit determi-
* 325.s natum, ut maſſa A ad maſſam C *, id eſt ut K H ad H D, quod tantum obtinet ſi punctum N detur in F H; producta enim P N donec ſecet F D in Q, habemus P N ad N Q,
* 34. El. 1. ut K H ad H D, ſed P N æqualis eſt K O, & N Q ipſi I D*. Eodem modo demonſtramus quæſitum punctum N dari in linea G L; ideoque in interſectione hujus lineæ cum linea F H. Quod demonſtrandum erat.

334. Si corpora ſint elaſtica, mutationes velocitatum duplæ
* 327.s ſunt *; ergo ſi producatur & duplicetur K N, habebimus motum corporis C per K n, velocitate K n; & ſumtis, I i ipſi I D, & M m lineæ M E, æqualibus, habebimus K i &
335. K m corporum A & B velocitates. *In hoc caſu ſummæ viri-*
* 279.s *um ante & poſt ictum ſunt æquales* *; quod etiam ex hac velocitatum determinatione ſequi in Scholio 3. demonſtrabimus.

336. Quando angulus E K D eſt obtuſus cum corporum A & B motus pro parte contrarii ſint & hîc referri debent quæ in n. 328.s notata fuere.

337. Difficile admodum eſt demonſtrata hæc experimentis confirmare. Experimenta circa corpora non elaſtica inſtitui non poſſunt, quia globi ex argillâ ſi omni elaſterio deſtituantur, quod in experimentis deſideratur, poſt ictum cohærent inter ſe; & præterea quod etiam in corporibus elaſticis locum habet, nunquam certi ſumus an exactiſſimè eodem momento ambo corpora incurrant, de quo, ubi agitur de deferentiâ minimâ, niſi ex viâ quam ſequitur corpus C judicium ferre non poſſumus, quæ ergo experimento determinari nequit. In eo ſolo caſu in quo corpora A & B ſunt æqualia, & æqualibus velocitatibus mota, primo intuitu patet corpora hæc eodem momento in C impegiſſe, ſi hujus via angulum D K E in duas partes æquales dividat: de hoc caſu ſequens inſtitui poteſt experimentum.

Ex-

EXPERIMENTUM 3.

Sectio horizontalis Machinæ, in n. 191. deſcriptæ, hîc re- 338.
præſentatur, applicatis huic Machinæ tribus globis ebur- TAB. XII. fig. 4. 5.
neis in deſcriptione memoratis. Si corpora Q, Q, eodem momento dimittantur ab æqualibus altitudinibus, quod in his figuris aliter delineatur, & formetur parallelogrammum directionibus corporum Q, Q; continuatis, & æqualibus ſubtenſis arcuum per quos corpora Q, Q, deſcendunt; corpus P, ſi angulus Q P Q ſit acutus minori adſcendit velocitate, quàm qua adſcendendo poſſet percurrere arcum cujus ſubtenſa memorati parallelogrammi foret diagonalis.

Poſito autem angulo obtuſo ad majorem adſcendit altitudinem quam quæ diagonali parallelogrammi determinatur.

Quæ cum explicatis in n. 332.s 334.s conveniunt.

SCHOLIUM 1.

Demonſtrationes n. 321.s 323.s 324.s 325.s

Dentur tria corpora A, B, C, directè in ſe mutuo impingentia, poſitâ pri- 339.
mi velocitate a, ſecundi b, tertii c, ſumma virium eſt $Aaa + Bbb + Ccc$ *; ſi A & B ad eandem partem & C in contrariam tendant, diximus in *192.s
n. 321.s ſummam hanc fore, datis velocitatibus reſpectivis, omnium minimam, ſi $Aa + Bb = Cc$; Quod ex quiete corporum poſt ictum, in n. 322.s demonſtrato, quidem ſequitur, ſed directè etiam probatur, ſi velocitatem quamcunque concipiamus auctam aut diminutam quantitate quacunque ut x, & computatio ineatur de ſumma virium.

Sit Ex. Gr. Corporis A velocitas $a + x$; ut ſerventur velocitates reſpectivæ movetur B velocitate $b + x$; & corporis C velocitas erit $c - x$. ſumma virium eſt $Aaa + 2Aax + Axx + Bbb + 2Bbx + Bxx + Ccc - 2Ccx + Cxx$, quæ excedit primam quantitate $Axx + Bxx + Cxx$ ſublatis $2Aax + 2Bbx - 2Ccx$ quæ ſeſe mutuo deſtruunt; cum autem exceſſus detur quomodocunque velocitates mutatas ſervatis velocitatibus reſpectivis, concipiamus, ſequitur ſummam in caſu memorato fuiſſe minimam.

Iiſdem poſitis, velocitas reſpectiva corporum A & B eſt $a - b$ *; corporum 340.
A & C eſt $a + c$ *; & tandem velocitas reſpectiva corporum B & C valet *196.s
$b + c$ *. Vis amiſſa datis hiſce velocitatibus reſpectivis valet ſummam vi- *197.s *197.s
rium in hoc caſu, in quo ſumma hæc eſt minima *, & in quo $Aa + Bb = Cc$. *319.s
Vim hanc amiſſam diximus æqualem eſſe

*323. $\frac{AB\times\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\times\overline{b+c}^2}{A+B+C}$ *. Quod ut demonſtremus probandum quantitatem hanc æqualem eſſe $\overline{Aaa+Bbb+Ccc}$. aut $AB\times\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\times\overline{b+c}^2 = A\overline{aa+Bbb+Ccc}\times\overline{A+B+C}$.

Quia $Aa+Bb=Cc$ etiam $AAaa+2ABab+BBbb=CCcc=ACac+BCbc$ unde deducimus $AAaa+BBbb+CCcc=2ACac+2BCbc-2ABab$. Sed multiplicatis $Aaa+Bbb+Ccc$ per $A+B+C$ habemus $AAaa+BAaa+CAaa+ABbb+BBbb+CBbb+ACcc+BCcc+CCcc$, & ſubſtituendo pro $AAaa+BBbb+CCcc$ valorem detectum, habemus $\overline{Aaa+Bbb+Ccc}\times\overline{A+B+C}=ABaa-2ABab+ABbb+ACaa+2ACac+ACcc+BCbb+2BCbc+BCcc=AB\times\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\,\overline{b+c}^2$. Quod demonſtrandum erat.

341. Sint iterum tria corpora A, B, C; velocitas primi m; ſecundi n; & tertii p. Ut regulam n. 324. demonſtremus, dicimus x velocitatem navis ibi memoratæ; & velocitates corporum A & B in nave, ſi concipiamus hæc ipſâ nave celerius ferri, erunt $m-x$ & $n-x$; C vero, ſi hoc nave lentius moveatur, in hac in contrariam partem fertur velocitate $x-p$. Cum agatur de caſu in quo poſt ictum corpora quieſcunt habemus $Am-Ax+Bn-Bx$
*320, 321. 339. $=Cx-Cp$ *.

Unde deducimus $x=\frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$. Quod demonſtrandum erat.

Si non omnia corpora ad eandem partem tendant illorum quæ in contrariam partem feruntur velocitates ſunt negativæ & producta in numeratore negativa.

342. Ponamus ut in præcedentibus demonſtrationibus corpora A, B, & C, & con-
TAB. XXV. fig. 4. cipiamus hæc ad eandem partem ferri ita, ut in nave, quæ movetur ea velocitate qua corpora poſt ictum agitantur, velocitates corporum A & B à puppi ad proram ſint fh, gi, corporis C velocitas à prorâ ad puppim li. In hoc caſu corpus ſolum C lentius nave movetur, & actione amborum alio-
*320, 321. 339. rum acceleratur. Cum in nave corpora poſt ictum quieſcant ſumma productorum A per fh, & B per gi, valet C per li *.

TAB. XXV. fig. 5. *322. *322. Diviſo C in duas partes D & E, ut ſupra *. quæ ſint inter ſe ut A per fh ad B per gi, ſi A agat in D, & B in E, etiam corpora in nave quieſcunt *; id eſt; conſiderando motus abſolutos, non attendendo ad navem, agitatis D & E ante ictum æqualibus velocitatibus, & æqualiter accelerantur hæc actionibus corporum A & B, quantitate nempe il & vires iis communican-
171. TAB. XXV. fig. 4. tur quæ ſunt inter ſe ut maſſæ D & E, id eſt, ut producta A per fh & B per gi. Unde ſequitur, in colliſione trium horum corporum, actiones corporum A & B in C, dum ſimul accelerant motum hujus corporis, eſſe inter ſe ut A per fh & B per gi, in qua ratione ſunt etiam velocitates, quæ
*303. hiſce actionibus corpori C communicantur *.

Diviſâ integrâ velocitate communicatâ il in duas partes im, ml, quæ ſint in-

inter ſe ut A per fh ad B per gi, erit im velocitas communicata actione corporis A.

Multiplicando im & ml per C, quo ratio non mutatur, habemus im per C ad ml per C, ut A per fh ad B per gi; unde deducimus im per C plus ml per C, id eſt C per il, ad im per C, ut A per fh plus B per gi ad A per fh: antecedentia autem ſunt æqualia ergo & conſequentia.

Idcirco A ad C, ut im mutatio velocitatis in corpore C ex actione corporis A, ad fh mutationem in velocitate corporis A. Id eſt, mutationes in velocitatibus horum corporum oriundæ ex actione mutua in colliſione ſunt inverſè ut maſſæ, ut hoc notavimus in num. 325.

SCHOLIUM 2.

Inveſtigatio motus memorati in n. 331.

Concipiamus tria corpora A, B, C, perfecte elaſtica; ſit primi velocitas m; 343.
ſecundi n; tertii p; tendant hæc ad eandem partem: Poſt ictum ante inſtauratam figuram velocitas eſt $\frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$ *, dicatur hæc v. *324. 341.

Vis ictu deſtructa eſt $\frac{AB\times\overline{m-n}^2+AC\times\overline{m-p}^2+BC\times\overline{n-p}^2}{A+B+C}$ *. *323. 340.

Sit hæc æqualis $2Aff+2Bff+2Cff$.

Si non omnia corpora ad eandem partem tenderent velocitas poſt ictum, & vis deſtructa, iiſdem regulis determinari poſſent,

Sepoſito elaſterio poſt ictum corpora in nave, velocitate v motâ, quieſcerent, ſolo ergo elaſterio in hac poſt ictum moventur & iiſdem velocitatibus in nave moventur, quibus iiſdem elaſteriis corpora ſi revera quieſcerent, agitarentur; determinatis ergo motibus in hoc ultimo caſu habebimus motus in nave, unde motus abſoluti facile deducuntur.

Ponimus igitur corpora quieſcentia A, B, C, & inter hæc elaſteria flexa
viribus quibus in ictu partes fuerè compreſſæ, quæ valent $2Aff+2Bff+$ 344.
$2Cff$. Cum agatur de caſu in quo inter A & B, & inter B & C, partes æqualiter inflectuntur, vis qua elaſterium utrumque comprimitur eſt $Aff+Bff+Cff$ talemque vim dum elaſterium ſeſe expandit corporibus communicat *, *281.

Elaſterium inter A & B ſeſe expandens Corpori A communicat vim $Bff+Cff$, & in corpus B actionem exerit, quæ valet vim Aff *. Eodem modo elaſterium aliud corpori C communicat vim $Aff+Bff$ & in B exerit actionem quæ valet vim Cff *. *282. *281.

Corpus B premitur ergo duabus actionibus in partes oppoſitas, ſi A ſuperet C, magis hoc corpus verſus premitur corpus B, actione quæ valet differentiam actionum Aff & Cff, de cætero actiones in utramque partem ſunt æquales inter ſe & valent Cff.

Dum

Dum elaſteria actionibus æqualibus in ſe mutuo premunt, utrumque agit quaſi obſtaculo immobili inſiſteret; & integram ſuam vim in partem oppoſitam
282. exerit; id eſt elaſteria agunt in corpora A & C ita, ut ſingulis, præter memoratas vires, communicent vim Cff; quare vis corpori A communicata valet $Bff + 2Cff$, & C movetur vi $Aff + Bff + Cff$, dum B ad partem C pellitur actione quæ valet $Aff - Cff$.

Sed B non poteſt moveri, quin eâdem velocitate propellatur elaſterium inter B & C, & ab elaſterio ita agitato accipit corpus C vim ſtatim memoratam eodem modo ac in nave, in qua elaſterium obſtaculo cedere neſcio inſiſteret, actione elaſterii moveretur; id eſt velocitas qua corpus C a B recedit, aut B celerius movetur, illa eſt quæ competit impreſſio-
192. ni ſtatim memoratæ, quæ velocitas eſt $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$. Si corporis B velocitas dicatur x, erit $x + f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$ velocitas corporis C. Summa virium horum corporum eſt $Aff + Bff + Cff$ & præterea $Aff - Cff$, id eſt valet ſumma hæc $2Aff + Bff$; Unde deducimus $Bxx + Cxx +$
192. $2fx\sqrt{AC+BC+CC} + Aff + Bff + Cff = 2Aff + Bff$;

aut $xx + \frac{2fx\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} = \frac{Aff-Cff}{B+C}$; &

$x = \frac{f\sqrt{AB+2AC} - f\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}$: additâ velocitate

$f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$ qua C recedit à B habemus ipſius C velocitatem

$\frac{fC\sqrt{AB+2AC} + fB\sqrt{AC+BC+CC}}{BC+CC}$

Corporis autem A velocitas ex ipſius vi ante determinata detegitur eſtque velocitas hæc $\frac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$.

345. Velocitates hæ ex velocitate v ſunt ſubtrahendæ, aut ipſi ſunt addendæ, pro ut cum motu navis conſpirant aut contrariæ agunt.

Si in primo motu A celerius B feratur, id eſt m ſuperet n, velocitas corporis A poſt ictum erit $v - \frac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$; reliquæ velocitates detectæ corporum B & C ipſi v, addendæ ſunt.

346. In ſcholio 2. Capitis ſequentis demonſtrabimus ſummam virium poſt ictum
279. æqualem eſſe $Amm + Bnn + Cpp$; quod cum ante demonſtratis congruit.

SCHO

SCHOLIUM 3.

Demonſtratio n. 335.

Diximus ſummam virium poſt ictum æqualem eſſe ſummæ virium ante ictum in colliſione in n. 334. explicata; Poſitâ igitur velocitatum determinatione ibi traditâ, demonſtrandum Corpus C tantum virium acquirere quantum amittunt A & B. TAB. XXV. fig. 6.

Quadratum lineæ K N æquale eſt quadratis linearum K O & O N, aut K P, & bis rectangulo I O K *; etiam æquale eſt idem quadratum quadratis K O & K P & bis rectangulo M P K*: unde ſequitur æqualia eſſe rectangula hæc, & quadratum K N valere quadratum K O, & rectangulum I O K, ut & quadratum K P cum rectangulo M P K; ergo quadratum K N æquale eſt rectangulis I K O & M K P; & quadratum K *n*, duplæ ipſius K N, quod quadruplum eſt quadrati K N, valebit quater ſummam rectangulorum I K O & M K P. Multiplicatis his per C, habemus vim corporis C, ictu acquiſitam, æqualem 4C × K O × K I + 4C × K P × K M *. 347. *12. El. II. *12. El. II. *192.

Vis, quam ictu amiſit corpus A, habetur multiplicando A per differentiam quadratorum K D, K *i*, velocitatum ante & poſt ictum *, Differentia autem hæc propter æquales D I, I *i*, valet quater rectangulum K I D *; & vis amiſſa eſt 4A × I D × K I: Sed in n, 333. vidimus A, C :: K O, I D; ergo A × I D = C × K O, & vis quam amittit A eſt 4C × K O × K I. *302. * 8. El. II.

Eodem modo demonſtramus vim quam amittit B æqualem eſſe 4C × K P × K M, ideoque ſummam virium amiſſarum valere vim quam C acquiſivit Q. D. E.

Vix differt demonſtratio quando agitur de caſu fig. 7.

De Motu Centri gravitatis.

In colliſione corporum, motus reſpectivos, a motibus abſolutis diſtingui, in variis occaſionibus jam notavimus; his nunc ulterius addendum, corporum ipſorum motus abſolutos, cum motu abſoluto omnium corporum ſimul conſideratorum non debere confundi.

DEFINITIO.

Motum abſolutum corporum quorumcumque ſimul conſideratorum vocamus motum centri gravitatis communis. 348.

Ut in ſingulis corporibus de motu dijudicamus ex motu centri gravitatis, & hoc ad plura ſimul conſiderata applicari poſſe clarum eſt.

Circa *motum* hunc *abſolutum plurimorum corporum* notamus, 349.

mus, *ipſum, actione reſpectivâ*, qualis eſt omnis colliſio, *non* 349. *mutari*; ideoque *Centrum gravitatis commune variorum corporum in eâdem lineâ, eâdem velocitate, ante & poſt ictum moveri.* Quod in omnibus colliſionibus ante explicatis obtineri demonſtrabimus.

350. Sint A & B centra gravitatis duorum corporum, *ſi ad* C, TA. XXV. fig. 8. *centrum gravitatis commune, accedant ambo corpora, velocitatibus quæ ſunt* inter ſe ut diſtantiæ ſuæ à centro, nempe ut * 90. 95. A C ad B C, id eſt, *inverſe ut maſſæ ipſorum corporum* *, *quieſcit in hoc motu centrum gravitatis*; nam dum eodem tempore percurrunt A *a*, B *b*, quæ ſunt ut A C, B C, reſtant *a* C, *b* C in eâdem ratione inverſa maſſarum, qua- * 90. re & in hoc ſitu C eſt commune gravitatis centrum*, quod in motu hoc non fuit tranſlatum.

351. Eadem demonſtratio poteſt applicari ad motum *corporum à commune gravitatis centro recedentium, velocitatibus quæ ſunt inverſe ut maſſæ*, in quo caſu ergo etiam *centrum* hoc *quieſcit*.

352. *Si varia* dentur *corpora*, ut A, B, D, & hæc *in eâdem* TA. XXV. fig. 9. *lineâ mota, accedant omnia ad* C *commune gravitatis centrum, aut recedant ab hoc*, velocitatibus quæ in ſingulis corporibus ſunt ut diſtantiæ ab hoc centro *quieſcit* etiam *hoc ipſum*. Nam *cum* in ſitu A, B, D ſumma productorum maſſarum per diſtantias a C ab una parte hujus puncti æqualis ſit ſimi- * 94. 95. li ſummæ ad aliam partem *, & hoc locum habebit mutatis omnibus diſtantiis, ut hîc fit, in eadem ratione, quare * 94. C manet centrum commune gravitatis *; quod ergo quieſcit.

In hoc caſu, *multiplicatis ſingulis maſſis per ſuas velocitates, ſumma productorum ab una parte centri gravitatis, æqualis eſt ſimili ſummæ ad aliam partem*; ponimus enim velocitates ut diſtantias à centro hoc.

Ex hiſce ſequentes deducimus concluſiones.

353. *Corporum duorum, aut trium, in ſe mutuo directè incurrentium ita, ut poſt ictum, ſi non ſint elaſtica, quieſcant, ante*

te

*te ictum quieſcit centrum gravitatis **. *In hoc eodem con-* 354.
*curſu, etiam quieſcit centrum hoc ſi corpora ſint elaſtica ** *221.s 350.s
Si corpora duo aut tria directe in ſe mutuo incurrant & 320.s 321.s 352.s *283.s 327.s
navis concipiatur ita agitata, ut corpora, poſitis his non e- 351.s 352.s
laſticis, in hac poſt ictum quieſcant, in hac ipſa ante ictum 355.
quieſcit centrum gravitatis *, & in tali conflictu poſt ictum *353.s
etiam quieſcit idem hoc centrum, ſi corpora ſint elaſtica *, *354.s
unde ſequitur navem hanc moveri ea velocitate, qua an-
te & poſt ictum, commune corporum *gravitatis* centrum
fertur, cujus ergo *centri motus non mutatur.*

Hoc quoque locum habere in motibus memoratis in n. 356.
331. s. 332. s. 334. s. demonſtrabimus in ſcholio ſequenti 2.

In concurſu obliquo duorum corporum duos conſideravi- 357.
mus motus, unum quo directe in ſe mutuo incurrunt, al-
terum lateralem *, qui in impactu non mutatur; quare ne- *195.
que mutatur centri gravitatis motus lateralis; ſed neque
juxta aliam directionem centri gravitatis motus mutari po-
teſt, quia impactu directo non mutatur *; Idcirco nullo *355.s
reſpectu motus hic variat & *velocitatem directionemque ſuam
ſervat commune corporum gravitatis centrum.*

Unicum circa motum centri gravitatis notandum ſuper
eſt quod in Scholio ſequenti 1. demonſtramus; *ſummam* 358.
*virium corporum quorumcumque concurrentium, æqualem
eſſe ſummæ vis quam haberent omnia corpora, ſimul agita-
ta ea velocitate, qua fertur commune gravitatis centrum,
& omnium virium quibus corpora reſpectu centri hujus mo-
ventur.* Id eſt ſi ſumma maſſarum per quadratum veloci-
tatis centri gravitatis multiplicetur, & ſingulæ maſſæ mul-
tiplicentur per quadrata velocitatum, quibus ad gravitatis
centrum tendunt, id eſt, quibus *in nave, in qua centrum* 359.
gravitatis quieſceret agitata forent, ſumma omnium produ-
ctorum æqualis erit ſummæ productorum ſingularum maſ-
ſarum ductarum in quadrata velocitatum ſuarum. Id circo
*ſi mutatis motibus, ſumma virium in hac nave non mutetur,
neque mutabitur ſumma virium abſolutarum.*

Propoſitio hæc univerſalis eſt; ſed cum in hiſce omnibus

O 2 de-

de colliſione agatur, corpora tantum concurrentia conſideramus.

SCHOLIUM I.

Demonſtratio n. 358. s.

360. QUamdiu corpora moventur in eâdem lineâ propoſitio ultimum memorata ſimplici algebraica computatione patet.

Sint corpora A, B, C, primi velocitas m; ſecundi n, tertii p; centri gravitatis velocitas d. Tendant corpora ad eandem partem; & ſint m & n majores ipſa d; p verò minor: Ergo velocitates, quibus corpora ad centrum gravitatis
352. tendunt ſunt $m-d$, $n-d$, $d-p$; & $A \times \overline{m-d} + B \times \overline{n-d} = C \times \overline{d-p}$; quare $2Amd - 2Add + 2Bnd - 2Bdd = 2Cdd - 2Cdp$, multiplicando integram æquationem per $2d$. Demonſtrandum $Amm + Bnn + Cpp = \overline{A+B+C} \times dd + A \times \overline{m-d}^2 + B \times \overline{n-d}^2 + C \times \overline{d-p}^2$. Ultima hæc quantitas ſic poteſt exprimi $Amm - 2Amd + 2Add + Bnn - 2Bnd + 2Bdd + Cpp - 2Cpd + 2Cdd$. Sed $-2Amd + 2Add - 2Bnd + 2Bdd$ & $-2Cpd + 2Cdd$ ſeſe mutuo deſtruunt & quantitas hæc tantum valet $Amm + Bnn + Cpp$. Quod demonſtrandum erat.

361. Sint iterum tria corpora A, B, C, quorum tantum gravitatis centra conſi-
TA. XXV, deramus; ſit commune gravitatis centrum D; ponamus corpora moveri per
fig. 10. AE, BE, CE, velocitatibus hiſce lineis proportionalibus. Directio & celeritas centri gravitatis D eſt DE. Velocitates, quibus corpora ad centrum commune gravitatis tendunt, ſunt AD, BD, CD, hæ enim eſſent corporum velocitates in nave, in qua centrum gravitatis quieſceret. Idcirco demonſtrandum $A \times AE^q + B \times BE^q + C \times CE^q = \overline{A+B+C} \times DE^q + A \times AD^q + B \times BD^q + C \times CD^q$.

Ad DE ducantur perpendiculares AF, BG, CH, LDL. Diſtantiæ corporum A, B, C à linea LDL ſunt FD; GD, HD; ergo, quia D eſt
54. 48. centrum commune gravitatis $A \times FD + B \times GD = C \times HD$ unde patet D eorum corporum eſſe commune gravitatis centrum poſitis his in F, G
94. & H. Si in hoc ſitu concipiamus corpora moveri A velocitate FE, B velocitate GE, & tandem C velocitate HE; centri gravitatis velocitas erit DE; Ergo $A \times FE^q + B \times GE^q + C \times HE^q = \overline{A+B+C} \times DE^q$
360. $+ A \times FD^q + B \times GD^q + C \times HD^q$; addendo utrimque $A \times AF^q + B \times BG^q + C \times CH^q$, & ſubſtituendo triangulorum rectangulorum AFD, BGD, CHD, AFE, BGE, CHE, quadrata Hypotenuſarum pro
47. El. 1. quadratis laterum, habebimus propoſitum.

SCHO-

SCHOLIUM 2.

Demonſtrationes n. 356.s ut & 346.s

Diximus * in caſu n. 331.s quem in n. 343.s peculiarius explicavimus etiam *356.s
motum centri gravitatis non mutari, quod ut demonſtretur, probandum corpora ita à ſe invicem ſeparari, ut conſideratis ſolis motibus quibus ſeparantur, quieſcat centrum gravitatis; tunc enim ſi concipiamus corpora ſeparari in nave, ea velocitate mota qua corpora conjunctim ante ſeparationem moventur, velocitate qua navis fertur commune gravitatis centrum motum continuabit.

Poſitis quæ in n. 343.s fuere explicata demonſtrandum A multiplicatum 362.
per velocitatem ibi determinatam quod productum eſt $f\sqrt{AB+2AC}$, valere ſummam productorum corporum B & C, ſingulorum multiplicatorum per velocitates ibi detectas*. Producta hæc ſunt *352.s

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}-fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}\ \&$$

$$\frac{fC\sqrt{AB+2AC}+fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}$$ quorum ſumma eſt

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}+fC\sqrt{AB+2AC}}{B+C},$$ id eſt $f\sqrt{AB+2AC}$.

Quod demonſtrandum erat.

Hiſce demonſtratis facile patent, quæ in n. 346.s. fuere memorata, ſummam 363.
virium, ante & poſt ictum, in motu in n. 343.s. & ſeq. memorato, eſſe æqualem. Vires quibus partes elaſticas inflexas poſuimus, ſunt vires quibus ad centrum commune gravitatis acceſſere corpora *, ſervatâ eâdem virium ſummâ à ſe *340.s 352.s
invicem, uti ex computatione ipſa ſequitur; fuere ſeparata, id eſt, illa ipſa fuit ſumma virium quibus à centro gravitatis receſſere, cum hujus centri velocitas ictu non fuerit mutatâ *, unde ſequitur ſummam virium abſolutarum etiam eandem eſſe ante & poſt ictum *. *362.s *359.s

666. In n. 356.s diximus etiam centrum commune gravitatis corporum in colliſionibus compoſitis in n. 332.s. 334.s memoratis, eadem directione & velocitate motum poſt corporum concurſum continuare.

Si concipiamus corpora A & B ultra K eadem velocitate, qua ante ictum TA. XXV.s Fig. 6. 7.
movebantur, motum continuare quieſcente eodem modo corpore C, neque directio neque velocitas centri gravitatis communis mutata erit; conſtabit ergo propoſitum ſi demonſtremus in eodem puncto verſari centrum gravitatis, poſitis corporibus, C in K, A in D, & B in E; aut poſitis his, C in N, A in I, & B in M; aut tandem poſitis, C in *n*, A in *i*, & B in *m*. Patebit autem in hiſce tribus occaſionibus idem eſſe gravitatis centrum ſi demonſtremus hujus diſtantias à lineis K F & K G non mutari.

Reſpectu lineæ utriusque demonſtratio eadem eſt, quare de K F tantum agam.

Diſtantia puncti N ab hac linea eſt N M; puncti *n* eſt 2N M; punctorum D, I, & *i* diſtantiæ ab eadem K F deteguntur hiſce proportionibus

$$PN, NM :: \begin{cases} KD, & \frac{NM \times KD}{PN} \\ KI, & \frac{NM \times KI}{PN} \\ Ki, & \frac{NM \times Ki}{PN} \end{cases}$$

Quibus detectis, diſtantiæ centri gravitatis communis corporum, à memoratâ lineâ K F, in tribus memoratis corporum diſpoſitionibus, deteguntur $\frac{NM \times KD \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$, $\frac{NM \times C}{A+B+C} + \frac{NM \times KI \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$, & $\frac{2NM \times C}{A+B+C}$

48.s $+ \frac{NM \times Ki + A}{PN \times \overline{A+B+C}}$ quas æquales demonſtramus.

Ex conſtructione ſequitur P N ſe habere ad N Q, & etiam 2 P N ad 2 N Q, ut A ad C; N Q æqualis eſt I D, & valet K D—K I ergo $PN \times C = KD \times A - KI \times A$, & $PN \times C + KI \times A = KD \times A$.

Eodem modo 2 N Q valet 2 I D, id eſt *i* D, & æqualis eſt K D—K *i*; unde deducimus $2PN \times C + Ki \times A = KD \times A$.

Multiplicatis hiſce tribus quantitatibus æqualibus $KD \times A$, $PN \times C + KI \times A$, & $2PN \times C + i \times A$, per N M & diviſis productis per $PN \times \overline{A+B+C}$, habebimus quotientes æquales, à diſtantiis detectis non diverſos. Q. D. E.

SCHOLIUM 3.

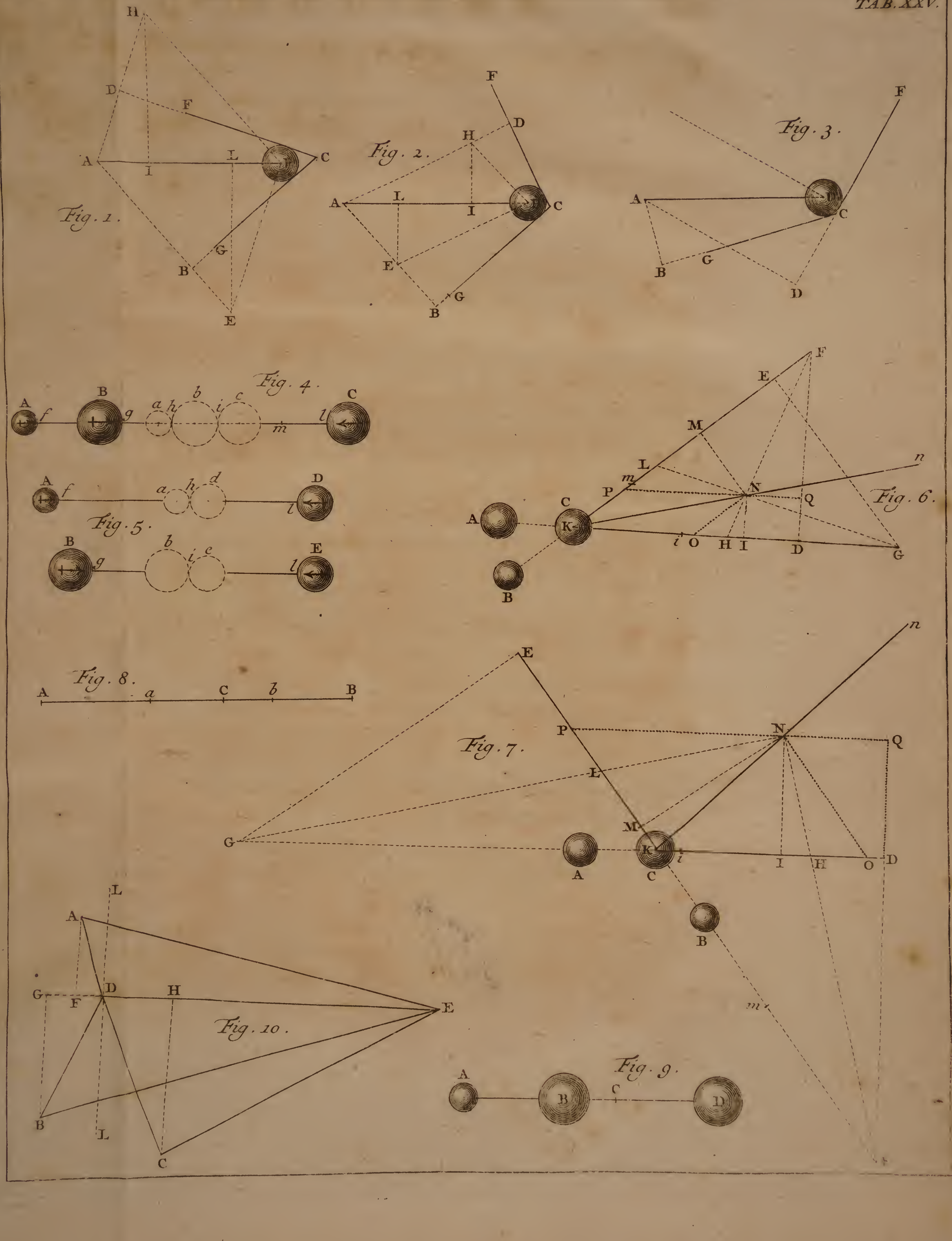
365. Si demonſtratam in hoc capite propoſitionem, ante & poſt colliſionem centrum gravitatis eâdem velocitate ferri, applicemus ad colliſionem in n. 242.s memoratam, corporum poſt colliſionem velocitates determinare poſſumus.

Tria corpora poſt ictum, juxta directionem primi motus feruntur veloci-
355.s tate, qua ante ictum centrum gravitatis fertur; nam nulla datur actio qua directe ſeparari poſſint; velocitas hæc detegitur regulâ in n. 240.s traditâ. itaque moventur ut corpora mollia poſt impactionem directam, ſed quæ in hac corporum mollium impactione deſtruitur, corpora impingentia vim ſervant in caſu quem examinamus; & hac idcirco lateraliter feruntur *, quæ vis
305.s datur; quare lateralis velocitas, quæ nempe cum prima directione angulum effi-
*231/246.s cit rectum, detegi poteſt: ideoque directiones & velocitates abſolutas quibus corpora impingentia poſt ictum moventur facile determinantur.

TAB. A fig. 4. Dicatur Q maſſa corporis quieſcentis; ſint aliorum maſſæ P, P; & horum velocitas *v*.

Poſt

TAB. XXV.



Poſt iſtum corpus Q movetur velocitate $\frac{2Pv}{2P+Q}$*; eâdem velocitate, juxta eandem directionem, feruntur corpora P, P, ſed hæc præterea lateraliter feruntur viribus quæ valent $\frac{2PQvv}{2P+Q}$*; quare utriuſque lateralis velocitas eſt $\frac{v\sqrt{Q}}{\sqrt{2P+Q}}$*, & velocitas abſoluta $\frac{v\sqrt{4PP+2PQ+QQ}}{2P+Q}$*. *240. *231, 246. *192. *305.

Cap. XXVI. *de legibus Elaſticitatis.*
pag. 96. poſt lineam 6. adde.

Non tamen in Globo A C B, ex materia elaſtica, qui quaſi ex variis laminis conſtans conſiderari poteſt; introceſſiones puncti ut C erunt proportionales viribus, quibus corpus comprimitur. Nam ſi introceſſio duplicetur, dupla vis quidem requiritur propter duplam laminarum inflexionem, ſed augenda ulterius eſt vis propter majorem numerum laminarum inflexarum, & experimentis conſtat, hac de cauſa vim duplicandam eſſe, ita ut vis quadrupla requiratur: etiam in genere experimentis conſtat, quadratum introceſſionis ſequi eandem proportionem cum vi, qua globus comprimitur, id eſt, ſi ipſe globus in obicem firmum incurrat, ſunt introceſſiones ut velocitates, quibus in hunc impingitur *. 369. TA. XVII. fig. 8. *169.

pag. 96. in fine cap. adde.

SCHOLIUM.

IN comparandis motibus chordarum, ipſarum inflexionem tantum conſideravimus in puncto medio, non attendendo ad curvaturam ipſius fibræ dum agitatur, quo demonſtrationes de comparandis variarum fibrarum vibrationibus non mutatur, ſi autem tempus ipſum vibrationis cujuſcunque detegendum eſſet, quod fit determinando longitudinem penduli eodem tempore vibrationes peragentis cum fibra, curvatura hæc conſideranda foret; ſed de hoc tempore hìc non agam, neque de curvâ elaſticâ in n. 262. memoratâ; quia in hiſce uſus Methodorum fluxionum directæ & inverſæ deſideratur, quod ad ipſa Elementa Phyſices ſpectare mihi non videtur. 367.

SUP-

SUPPLEMENTUM PHYSICUM.

LIBER II.

CAPUT II.

De Actione fluidorum in fundos & latera vaſorum quibus continentur.

Pag 101. lin. 23. In omni caſu &c. *lege*

368. IN omni caſu *preſſio, quam patitur ſuperficies quæcunque, valet pondus columnæ ex fluido, cujus baſis eſt ipſa ſuperficies, & altitudo in ſingulis punctis, diſtantia verticalis ſupremæ ſuperficiei fluidi ab his punctis.*

Talem eſſe in vaſe priſmatico verticali preſſionem in fundum non facile in dubium quis vocabit; nam totum fluidi pondus, & nil præterea, ſuſtinet fundus: ſervatâ autem altitudine fluidi, & baſi vaſeos, non mutatur preſſio in fundum, licet, mutatâ figurâ, vas majorem aut minorem fluidi copiam contineat; quod cum experimentis congruit, & ex natura fluiditatis deducitur, ut, poſt expoſita experimenta, dicam.

CAP. III. *De Solidis Fluidis immerſis.*

pag. 107 poſt lin. 15. adde

369. In homogeneis corporibus, ſi duæ dentur ex tribus rationibus, ponderum, voluminum, & denſitatum, tertia detegitur.

370. *Pondera* enim *ſunt in ratione compoſita voluminum & denſitatum.*

Vo-

Volumina idcirco *ſunt directè ut pondera, & inverſè ut denſitates.* 371.

Tandem *denſitates ſunt directè ut pondera, & inverſè ut volumina.* 372.

---

pag. 107. in fine adde.

Ne quidem guttæ cujuſcunque fluidi figura, preſſione alterius fluidi ab omni parte æquali, mutari poteſt. Sit gutta figuræ irregularis, quæ alio fluido ab omni parte æqualiter prematur. *Directio preſſionis in omnibus punctis eſt perpendicularis ad ſuperficiem*; quod ſi negetur, reſolvenda erit preſſio in duas *; quarum una perpendiculariter agat ad ſuperficiem, alia juxta directionem ſuperficiei parallelam, quæ ſecunda cum in ſuperficiem non agat, premitur gutta illà ſolà, cujus directio perpendicularis eſt ad ſuperficiem. Prematur punctum quodcunque, guttula preſſa quaquaverſum æquali cum vi premit, & guttæ minores ſingulæ preſſæ eodem modo premunt, ita ut preſſio ſtatim per integram guttam datam diſpergatur, quare particula alia quæcunque in ſuperficie, quæ in gutta ab omni parte æqualiter premitur, conatur cedere per perpendicularem ad ſuperficiem, cum vi qua premitur, id eſt, cum vi qua externe premitur particula prima; ſed æquali vi ponimus premi particulam hanc ſecundam; non poterit ergo hæc moveri. Eadem demonſtratio poterit applicari alii puncto cuicunque ſuperficiei, ita ut nullibi gutta moveri poſſit. 373.

* 201.

Cap. IV. *De Comparandis Liquidorum Denſitatibus.*

Pag. 113. lin. 23. adde

Et non intereſt an tubi ſint inæquales nec ne, quod altitudinem non mutat *.

* 277.

Pag. 116. in fine cap. adde

Sit nunc aliunde notum pedem cubicum aquæ ponde- 374.

rare libras 63. cum unciis 7. drachmis 2. & ſcrup. 2.: quod detegimus determinando pondus in aqua amiſſum a corpore cujus capacitas nota eſt.* Uſus ego ſum cubo cupreo cavo cujus latera exacte erant ſex poll. Rhenolandicorum. Pondus hoc valet gr. 487360. dum volumen aquæ æquale vitro noſtro C ponderat grana 722; unde conſtat volumen hoc debere multiplicari per 675. ut habeamus pedem cubicum; & multiplicatis per hunc numerum 744. habebimus grana in pede cubico lactis; & hac methodo pondus pedis cubici fluidi cujuſcunque detegitur.

* 197.

Cap. V. *De hydroſtatica Solidorum Comparatione.*
pag. 116. & ſeq. in fine. Pro Exp. 1. ſubſtitue

EXPERIMENTUM

375. In ſubjecta tabella habemus quorundam corporum pondera, & pondera in aqua amiſſa, indeque deductas denſitates.

	Pondera corporum.	*Pondera in aqua amiſſa.*	*Denſitates.*
Plumbum	582 ½ gr.	51 ½ gr.	11,31
Argentum	439 ½ gr.	42 ½ gr.	10,34.
Cuprum	474. gr.	54. gr.	8,78.
Æs calamin.	356. gr.	43. gr.	8,28.
Ferrum	329. gr.	43 ¼ gr.	7,60.
Stannum	534 ¼ gr.	71 ½ gr.	7,47.
Aquæ denſitas cum reliquis collata.			1,00.

Talis enim detegitur denſitas corporis, quod cum aqua eandem gravitatem ſpecificam habet.

Hac methodo denſitates etiam corporum aquâ ſpecificè leviorum deteguntur, ſi ita cum vaſe jungantur, ut hujus pondere in aquam trahantur.

pag. 117. lin. 27. Quando &c. his deletis ad finem uſque capitis, lege

376. Cum vero præcedens methodus & magis compendioſa, quia & in hoc librâ indigemus, & magis accurata ſit, hæc negligi poſſet, & machinam ipſam non indicaſſem, niſi uſu ve-

veniret, ubi determinandum generaliter utrum corpora æqualiter ponderantia denſitate differant, quod, ubi monetæ explorandæ ſunt, plerumque quæritur: Machina autem hæc, neglecta omni prævia præparatione hoc indicat, ſi ſucceſſive impoſitis corporibus annulo, machina ad profunditates diverſas immergatur.

Si pondus pedis cubici aquæ * multiplicemus per 377. numerum, qui corporis denſitatem exprimit, habemus *374. pondus pedis cubici ipſius corporis, quæ ponderis determinatio in multis occaſionibus uſum magnum habet.

Præter hunc & alium uſum collationis denſitatum indicabo.

Si ex metallis duobus notis mixtum detur, poterit determinari quantum utriuſque contineat, ſi metallorum & mixti denſitates dentur. 378.

Sint metallorum denſitates A B, A D; mixti denſitas A C. TAB. A. Sint etiam A L & L I, ut volumina metallorum primi & ſecundi in mixto. Ponamus formatum rectangulum A B E I, ductaſque lineas C G, D H, F L, lateribus parallelas. fig. 11.

Pondus primi metalli in mixtura rectangulo A F repræſentari poteſt *; repræſentatque in hoc caſu rectangulum *370. L H pondus metalli ſecundi, eſtque gnomon A B F M H I A pondus integri mixti; hoc etiam rectangulo A C G I exhibetur *; quod idcirco gnomoni memorato æquale eſt. *370.

Subtracto utrimque gnomone communi C N M H I, reſtant æqualia rectangula B N, N H, ductaque D E tranſibit hæc per punctum N *. Ergo D H, aut A I, ad N G, *43. El. 1. aut L I, ut H E ad G E; id eſt *volumen mixti ad volumen ſecundi metalli in mixto, ut differentia denſitatum metallorum primi & ſecundi ad differentiam denſitatum metalli primi & mixti.* 379.

Pondus autem *totius mixturæ eſt ad pondus metalli ſecundi in mixto*, in ratione compoſita denſitatum mixti & 380. ſecundi metalli, & ratione voluminis mixti & voluminis ſecundi metalli in mixto *, id eſt *ut productum denſitatis* *370. *mixti per differentiam denſitatum metallorum ad denſita-*

tem ſecundi metalli ductam in differentiam denſitatum primi metalli & mixti.

Cap. VI. *De Reſiſtentia Fluidorum.*
dele totum caput.

Cap. VII. *De Celeritate Fluidi, ex Preſſione Fluidi ſuperincumbentis.*

pag. 127. lin. 25. Non tamen &c. dele quæ ſequuntur ad finem uſque capitis, & lege

381. Hanc dicimus preſſione communicari velocitatem, non autem particulas hanc cadendo acquirere: primæ enim particulæ quæ exeunt, non lentius illis, quæ ſequuntur, moventur. Præterea non tantum exeunt quæ deſcendunt, ſed & quæ lateraliter adfluunt; moveturque particula preſſione omnium particularum circumambientium exceptis illis quæ in motu præcedunt, & ita particula, quæ deſcendit, non tam a ſuperincumbentibus a quibus ſtatim ſeparatur, cum ipſis velocius debeat agitari, ſed præcipue lateralium preſſione velocitatem acquirit, duratque preſſio hæc, donec particula a reliquis ſeparatur, & aliæ locum quem occupabat impleverint, & non ulterius; ab inſequentibus enim, eâdem velocitate agitatis, accelerari non poteſt. Unde ſequitur actionem fluidi in particulam, qua actione velocitas particulæ communicatur, pendere a tali deſcenſu particularum quo locus a particula occupatus impletur. Deſcenſus autem hicce, ſi A ſit particula mota, cujus diameter ſit de, quomodocunque concipiatur, valet deſcenſum totius columnæ BC ad profunditatem de, poſitâ C in ſuperficie fluidi; & vis in hoc deſcenſu acquiſita tota impenditur actione in particulam motam, cui ergo vis communicatur æqualis illi quam columna hæc B D in deſcenſu hoc per de acquirit, eſtque hæc æqualis illi quam particula acquireret cadendo ab altitudine C B*.

TAB. A. fig. 11.

*193.

382. Hinc ſequitur *fluidum preſſione fluidi ſuperincumbentis,*

(ab

(ab hac enim pendet etiam preſſio lateralis) *ex foramine ea proſilire velocitate, quam corpus acquirit cadendo à ſuprema fluidi ſuperficie ad foramen uſque*; *ſepoſitâ* nempe, ut in hac demonſtratione, *partium cohæſione*, quæ licet exigua ſit, in fluidis pleriſque tamen obſervatur; *qua* cohæſione *particulæ exeuntes* retinentur; ideoque *retardantur*. Sed & præter hanc retardationem, quæ ab ipſo fluido pendet, ex variis aliis cauſis extraneis velocitas fluidi minuitur, de quibus in capite ſequenti agam.

MACHINA
Qua Experimenta de Fluidis proſilientibus inſtituuntur.

Parallelopipedum ligneum A B, longitudinis & latitudinis quindecim pollicum, & altitudinis duorum pedum, aquâ impletur; ita diſponitur ut fundus ejus elevetur circiter decem pollicibus ſupra fundum horizontalem arcæ ligneæ C D, cujus longitudo eſt fere quatuor pedum; latitudo unius pedis cum ſemiſſe, profunditas quinque aut ſex pollicum. 383. TA. XXIV. fig. 1.

In F, ad altitudinem circiter ſedecim pollicum ſupra fundum arcæ C D, hæret tubus æneus horizontalis, cujus cavitatis diameter excedit ſemipollicem; pars anterior laminâ clauditur, in cujus medio foramen datur diametri partis duodecimæ unius pollicis: foramen hocce clauditur operculo, quo pars tubi anterior obtegitur, & quod cum hoc ope cochleæ jungitur: duo tubi ſimiles aptantur, in E circa fundum vaſis A B, & in G, hicque ſupra F elevatur quantum ille infra F deprimitur.

Circa fundum etiam ejuſdem machinæ firmatur epiſtomium N, cochleâ inſtructum ut ipſi tubus jungatur.

EXPERIMENTUM I.

Vas A B aqua impletur ita, ut altitudo ſuperficiei ſupremæ aquæ ſupra fundum vaſis C D foramine in F in duas partes æquales dividatur, quæ ſingulæ in noſtra machina ſunt $15\frac{3}{4}$. pol. Aqua ex hoc foramine ad M proſilit ita, ut diſtantia horizontalis puncti M à foramine ſit $29\frac{1}{2}$. poll. duo- 384.

bus poll. deficiens ab altitudine aquæ ſupra fundum vaſis C D; ſi ad diſtantiam 31$\frac{1}{2}$ poll. pertingeret, percurret
* 209. aqua, motu æquabili, celeritate cum qua exit, in tempore in quo corpus cadere poteſt ab F ad fundum arcæ C D,
* 134. ſpatium, duplum hujus altitudinis *, & ideo agitaretur celeritate quam corpus ab hac altitudine cadendo poteſt acquirere *; hæc autem altitudo æqualis eſt altitudini ſuperficiei aquæ ſupra foramen. Cum vero tantum pertingat ad
385. diſtantiam 29$\frac{1}{2}$ poll. deficit vera aquæ velocitas a velocitate memorata decima ſexta circiter parte.

* 382. 1131. *Sepoſitis retardationibus, quadrata velocitatum, quibus fluidum ex variis foraminibus exit, ſunt inter ſe ut altitudines fluidi ſupra foramina* *. Experimentis etiam conſtat retardationes parum admodum hanc proportionem turbare quamdiu altitudines non excedunt pedes 30. aut 35. In minoribus altitudinibus proportionem hanc ſequenti Ex-
386. perimento ante oculos ponimus.

TA. XXIV. fig. 1.

EXPERIMENTUM 2.

* 382. Uſu hîc venit Machina ſuperius memorata *; & circa exp. hoc notamus, diſtantias, ad quas proſilit aqua in fundo arcæ C D, dum horizontaliter exit ex foramine ut E, poſitis diverſis ſuperficiei aquæ altitudinibus, eſſe ſpatia horizontaliter motu æquabili percurſa, in tempore in quo cor-
* 209. * 53. pus cadendo poteſt percurrere I L æqualem altitudini foraminis ſupra fundum arcæ *: hasque idcirco diſtantias eſſe ut velocitates *.

Si nunc detur aqua in vaſe A B, ad altitudinem octo pollicum ſupra foramen in E, & menſuretur diſtantia ad quam proſilit; & infuſâ ulterius aquâ, donec altitudo ſit octodecim pollicum, iterum menſuretur diſtantia; erunt hæ ut 2. ad 3. Quadrata diſtantiarum ſunt hîc ut aquæ altitudines, in qua ratione quadrata celeritatum.

Cap. VIII. *De Fluidis proſilientibus.*

pag. 131. lin. 28. inter liquida &c. dele uſque ad hæc verba lineæ 33. Præter hanc &c. & lege

Ut

Ut corpora omnia motui reſiſtit, daturque fluidi proſilientis in particulas aëreas actio, & harum reactione *, minuitur fluidi motus. *280

Cap. IX. *De Liquido ex vaſis profluente & Irregularitatibus in iſto motu.*

Pag. 138. dele lin. 18. cum octo ſeq. & lege.

Quantitas autem fluidi, quæ hac computatione detegitur ſenſibiliter admodum excedit illam, quæ revera exit: & quod maxime notabile eſt, *Experimenta quæ circa velocitates, & illa, quæ de quantitatibus fluidorum, certo tempore ex foraminibus fluentium, inſtituuntur, minime reciprocantur*; & non poteſt quantitas hæc ex nota velocitate determinari. 386. 387.

Fluidum quod juxta foraminis latera exit, attritum patitur & retardatur, quam retardationem non patitur fluidum illud quod ex foraminis centro irrumpit; retardatur quidem hoc a fluido laterali cum quo cohæret; ſed fluidi partes facile moventur inter ſe, & retardatio hæc exigua eſt reſpectu alterius, idcirco parum etiam acceleratur fluidum laterale a medio, & hoc continuo celerius illo movetur; non tamen a medio fluido ſeparatur laterale, nam quamvis facile juxta ſe invicem fluidorum partes moventur, difficilius à ſe invicem divelluntur; fluidum ergo medium, fluxu ſuo continuo, ſecum fert laterale, quod licet lentius motum, ad eandem diſtantiam aut altitudinem cum medio pertingit. 388.

Judicium autem de velocitate, niſi ex diſtantia aut altitudine fertur; velocitas verò quæ ſic determinatur, paululum deficit a velocitate qua fluidum ex medio foraminis exit, quia hoc in toto motu ſuo a laterali fluido, & aliis cauſis, retardatur. Sed multo magis excedit velocitas hæc lateralis fluidi velocitatem, ut ex nunc explicatis ſequitur; ſi quis ergo toti fluido exeunti menſuratam tribuat velocitatem, quantitatem fluidi, certo tempore exeuntis, determinabit veram excedentem; minus tamen veram excedet quam ſi in determinanda velocitate omnes retardationes ſe-

ſeponat, & juxta regulam, poſt n. 378. indicatam, computationem ineat.

390. *Experimentis* autem *conſtat quantitates aquæ ex æqualibus foraminibus, determinato tempore, exeuntes*, ſi per latiores tubos aqua deducatur, & per foramen in lamina exeat, *rationem ſequi a ſubduplicata altitudinis aquæ ſupra foramen parum differentem*; cum verò hæc ratio non ſit exacta, ſi nimium differant altitudines, regula locum non habet.

Ubi Computationes ineundæ erunt de aquæ quantitate, quæ effluit ex foramine dato, manente altitudine aquæ ſupra foramen, ſubjecta tabella uſu venire poterit, quæ ad altitudines majores aut minores non producenda eſt. Quo Experimento nitatur hæc, & quæ in computatione hujus obſervanda fuere, in ſcholio huic capiti ſubjecto dicam.

Pono aquam fluere ex foramine circulari, cujus diameter eſt ſemi pollicis Rhenolandici; agitur ulterius hìc de pedibus Rhenolandicis.

391.

Altitudo Aquæ	*Tempus in quo pes cylindricus aquæ effluit.*	*Altitudo Aquæ.*	*Tempus in quo pes cylindricus Aquæ. effluit.*
4 pedes - -	52,16. Min. S.	13 pedes - -	28,94. Min. S.
5 - - - - -	46,66.	14 - - - - -	27.88.
6 - - - - -	42,59,	15 - - - - -	26,94.
7 - - - - -	39,43.	16 - - - - -	26,08.
8 - - - - -	36,89.	17 - - - - -	25,30
9 - - - - -	34,78.	18 - - - - -	24,59
10 - - - - -	32,99.	19 - - - - -	23,93.
11 - - - - -	31,55.	20 - - - - -	23,33.
12 - - - - -	30,12.	21 - - - - -	22,71.

392. *Si foramina differant & altitudo maneat, quantitas fluidi quæ determinato tempore exit, ipſius foraminis rationem ſequitur*, ſi in omnibus punctis foraminis æquali velocitate fluidum feratur; quod quamvis non obtineat, parum tamen a memorata ratione aberrare quantitates, quæ

re-

revera exeunt, experimentis cum aqua inſtitutis conſtat.

Cæteris paribus, *quantitates quæ effluunt*, eſſe ut tempora clarum eſt: *ſunt* ergo quantitates hæ *generaliter in ratione compoſita temporis, foraminum**, & *radicum quadratarum altitudinum fluidi ſupra foramina**. 393. *392. *390.

---

pag, 142. in fine cap. adde.

His Experimentis duo alia notabilia admodum circa partium cohæſionem ſubjungam, quibus effectus hujus cohæſionis dilucidantur.

EXPERIMENTUM 4.

Antliæ, duæ æquales A, B, junguntur fruſto æneo G; huic tubi duo E *d a*, F *d b* inſeruntur, quorum hic cum antlia B, ille cum A communicatur. Tuborum horum axes in eodem plano dantur, & ſeſe mutuo ad angulos rectos ſecant, confunduntur que tubi in *d*. 394. TAB. XXXV. fig. 1.

Antlia A repletur aquâ rubro, aut alio colore, tinctâ, B repletur aquâ purâ; emboli junguntur laminâ L, quæ conchleis firmatur, & ſimul intruduntur. Tincta aqua viam ſequitur E *d b*, alia viam F *d a*, & vix ſenſibilis aquarum permixtio datur, dum in *d* juxta ſe invicem tranſeunt, & vias flectunt.

EXPERIMENTUM 5.

Differt Experimentum hoc a præcedenti in unicâ circumſtantia, effectus tamen diverſus omnino eſt. Tuborum E *d a*, F *d b*, axes non in eodem dantur plano, ſed unius axis alterius cavitatem quaſi tangit ita, ut pro parte tantum tubi confundantur in *d*. Intruſis nunc embolis, colorata aqua, quæ pro parte libere tranſit per E *d a* omnem aliam coloratam ſecum trahit; dum eodem modo aqua pura per F *d b* fertur; his vix ſenſibiliter permixtis quamvis juxta ſe invicem aquæ in *d* tranſeant. 395. TAB. XXXV. fig. 2.

Experimentum hoc celebrem auctorem in errorem induxit, qui hoc ipſum inſtituit experimentum, cum in animum haberet præcedens tentare, concluſionemque deduxit am-

bobus experimentis contrariam; fluidi particulas liberrime ſine confuſione inter alîus fluidi particulas viam continuare, agitato licet hoc fluido juxta aliam directionem.

SCHOLIUM.

DIxi me in hoc ſcholio explicaturum, ex quo experimento, & quomodo, computatio tabulæ n. 391.ſ fuerit inita.

396. Mariotte Experimento, variis vicibus repetito, obſervatisque cautelis neceſſariis, determinavit ex foramine, cujus diameter erat $\frac{1}{4}$ poll., ſervatâ aquæ altitudine ſupra hoc 13. ped., ſingulis vicibus effluxiſſe, in uno minuto primo, pintas 28., quarum pes cubicus continet 70. Agitur hîc de pede regio Gallico, qui ad pedem Rhenolandicum ſe habet ut 144. ad 139.

Dato hoc experimento detegendum in quo tempore pes cylindricus evacuari poteſt, per foramen cujus diameter eſt ſemi poll., poſitâ etiam aquæ altitudine ſupra hoc 13. pedum, dum menſura Rhenolandica adhibetur.

397. Tempus quo certa aquæ quantitas evacuatur, eo brevius eſt quo major quantitas determinato tempore exit; tempora ergo ſunt inverſe ut hæ quanti-
*390.ſ tates, quæ cæteris paribus ſunt in ratione ſubduplicata altitudinum *.

Tempora etiam ſunt eo minora quo foramina majora, id eſt, cæteris paribus, ſunt in ratione inverſa quadratorum diametrorum foraminum.

Tandem, cæteris paribus, tempora ſunt directe ut quantitates quæ effluunt.

In experimento à Mariotte inſtituto, altitudo tredecim pedum Gallicorum eſt ad altitudinem totidem pedum Rhenolandicorum in caſu de quo agitur, ut 144. ad. 139.

Quadrata diametrorum foraminum ſunt ut 1. ad 4. & ut $\overline{144}^{q}$. ad $\overline{139}^{q}$.

Quantitates aquæ ſunt, ut pintæ 28. ad pedem cylindricum Rhenolandicum; quæ quantitates ſunt in ratione compoſita, rationis 28. ad 70. aut 14. ad 35, id eſt, quantitatis quæ effluxit ad pedem cubicum Gallicum, rationis pedis cubici Gallici ad pedem cubicum Rhenolandicum, & rationis pedis cubici ad pedem cylindricum, aut 452. ad 355.

Idcirco tempus unius minuti primi, aut 60. m. ſ., ad tempus quæſitum, in ratione compoſita ex hiſce ſex rationibus, $\sqrt{139}$. ad $\sqrt{144}$, 4. ad 1., $\overline{139}^{q}$. ad $\overline{144}^{q}$., 14. ad 35., $\overline{144}^{c}$. ad $\overline{139}^{c}$., & 452. ad. 355.

Rationes prima, tertia, & quinta, reducuntur ad rationem, $\sqrt{144}$. ad
398. $\sqrt{139}$; & *ſunt 60. m. ſ. ad tempus quæſitum, ut* $4 \times 14 \times 452 \times 12$. *ad* $1 \times 35 \times 355 \times \sqrt{139}$. quod tempus detegitur 28, 94. m. ſ. Quo tempore dato reliqua quæ notantur in tabella n. 391.ſ deteguntur quærendo numeros in ratione inverſa ſubduplicata altitudinum.

Cap. X. *De Curſu Fluminum*

pag. 144. poſt. lin. 14. adde

POnimus enim capax adeo receptaculum, ut & in hoc caſu preſſio lateralis agat in aquam quæ canalem intrat.

pag.

---

pag. 144. lin. 29. poſt hæc verba, majori perpendicularis longitudine. adde

Et *non augetur preſſione aquæ ſuper incumbentis*, quæ 399.
non poteſt augere celeritatem aquæ, quæ aliunde majorem habet quam quæ ex hac preſſione oriri poteſt: eodem modo ac corpus inſequens in antecedens celerius motum agere non poteſt.

Pag. 146. lin. 30. non enim &c. dele hæc uſque ad lin. 7. pag. ſeq. & ſubſtitue

Ut in cap. de reſiſtentia fluidorum videbimus.

Actio aquæ in globum cum pondere conferri poteſt, 400.
eſt enim ad globi pondus reſpectivum ut F G ad E F.

Pondusque hac proportione detectum eſt pondus cylindri aquei, cujus baſeos diameter eſt globi diameter, & cujus altitudo illa eſt, a qua cadendo in vacuo corpus acquirit velocitatem qua aqua in globum incurrit; ut hoc etiam in cap. de reſiſtentia fluidorum demonſtramus. Data nunc hac altitudine, dabitur (ſi duratio vibrationis penduli cujuſcunque, cujus longitudo nota eſt, determinata fuerit) ſpatium; quod ab aqua in tempore noto poteſt percurri *, & ſic etiam aquæ *157. 131. 134.
quantitas quæ per locum magnitudine datum, in fluminis ſectione, in dato tempore, fluit.

Cap. XI. *De Motu Undarum.*

pag. 150. lin. 21. pro his verbis, cujus altitudo, ſubſtitue

HOc fluidum premens eodem motu cum reliquo fluido in tubo agitatur & reſpectu hujus quieſcit; agit ergo in fluidum motum ut in quieſcens, & toto ſuo pondere premit in inferius fluidum *. Altitudo autem hujus fluidi *73. 5
prementis

---

pag. 152. poſt Cap. XI.
lege quæ ſequuntur.

De Reſiſtentia Fluidorum.

401. *OMne corpus quod in fluido movetur reſiſtentiam patitur,* & quidem *ex duplici cauſa.*

Quamvis fluidorum partes parum admodum cohæreant
* 32. 33 illas tamen vi quadam cohærere extra dubium eſt *, hanc
402. autem, *dum corpus in motu ſuo ſeparat fluidorum particulas, ſuperare debet cohæſionem; hæcque eſt prima reſiſtentiæ cauſa.*

403. *Actio hæc ſimilis eſt illi qua corporum mollium partes ſeparantur, dum in ipſis cavitas formatur*, quam formari vi-
* 186, dimus actione, quæ ſequitur proportionem ipſius cavitatis formatæ *; quam demonſtrationem ad corpus in fluido motum etiam poſſumus applicare; in hoc autem motu corpus cavitatem format proportionalem ſpatio percurſo, quamvis cavitas hæc ſingulis momentis affluxu fluidi iterum implea-
404. tur. Unde deducimus *corpus ex hac prima cauſa, reſiſtentiam pati* proportionalem huic ſpatio percurſo; *quæ* id-
* 55. circo *ad inſtar velocitatis augetur & minuitur* *.

505. Dum corpus in corpore molli cavitatem format, partes immediata tantum actione corporum in ſe mutuo transferuntur, qua ceſſante actione ceſſat particularum motus; hac de cauſa in formanda cavitate, tantum conſumitur vis, qua partium cohæſio ſuperatur, poſſuntque corpora integras in formandis cavitatibus vires inſitas amittere.

Corpus autem in motu per fluidum non tantum transfert particulas actione immediata, dum ſibi viam inter has aperit, in qua translatione immediata cohæſionem ſuperat; ſed & præterea ipſis particulis vim communicat, qua poſt ceſſatam corporis actionem inter ſe moventur:
406. *reactio* verò *particularum*, *dum ipſis motus* hicce *imprimitur, ex harum inertia oriunda, eſt ſecunda cauſa reſiſtentiæ.*

Ut clarius concipiamus quæ reſiſtentias has ſpectant, ad

hoc

hoc attendere debemus. *Mutuam actionem corporis & fluidi eandem eſſe, ſive corpus certa velocitate in fluido quieſcente moveatur, ſive, quieſcente corpore, eâdem velocitate fluidum in hoc incurrat.* Actio enim hæc a motu reſpectivo pendet, qui in hiſce caſibus non variat. 407.

Si nunc ſepoſitâ partium cohæſione ad motum fluidi attendamus, & hoc conſideremus dum in corpus quieſcens incurrit, facile videbimus *fluidi actionem eſſe preſſionem*, 408.
particulaſque non impingere in corpus ſed juxta hoc, aut juxta particulas fluidi, quæ corpus tangunt, moveri & intereà illas premere corpus, eodem modo ac corpus premit planum ſuper quo movetur, quales preſſiones ex viribus oriundas ſuperius * indicavimus. * 240. 241. 243.

Preſſio hæc a vi inſitâ particularum oriunda, eſt ut hæc 409.
vis, id eſt ut quadratum velocitatis*, augetur etiam ut nu- * 165.
merus particularum determinato tempore incurrentium, qui numerus velocitatis ſequitur proportionem: tandem preſſio de qua agimus ſequitur rationem temporis per quod ſingulæ particulæ in determinatam partem ſuperficiei premunt, quod tempus eo minus eſt quo velocitas eſt major, ſequiturque rationem inverſam velocitatis; quare ultimæ duæ rationes ſeſe mutuo deſtruunt ſuperſtitemque habemus ſo- 410.
lam *rationem quadrati velocitatis*; quam idcirco *ſequitur reſiſtentia ex ſecunda cauſa.*

Quomodo autem ambæ reſiſtentiæ cauſæ ſimul agant 411.
concipimus, ſi ad hoc attendamus, particulas quæ in cor- TAB. XXXVI. fig. 3.
pus, ut A agunt, ad latera defluere in B & D, ibique, ſepoſitâ cohæſione, nullam exerere actionem, poſitâ autem cohæſione hac, particulæ hæ laterales ſecum trahunt, & actione ſua inſequentes ſeparant, quæ deſideratur ſeparatio ut fluidum ab omni parte defluat: cohæſio autem ſuperari minime poterit niſi corpus reſiſtat, & actio in hoc detur *; * 126.
quæ actioni ex inertia oriundæ ſuperaddenda eſt.

MACHINA,

Qua Experimenta de Fluidorum Reſiſtentiis inſtituuntur. 412.

Arca lignea A B longitudinem habet quinque pedum, TAB. XXXV. fig. 1.

 la-

latitudinem duorum pedum cum ſemiſſe, altitudinem octo aut decem pollicum.

Quatuor hæc ſuſtinetur columnis ligneis, altitudinis quinque pedum, qui minori arcæ C D imponuntur, quæ ipſa pedibus gaudet quatuor, altitudinis circiter decem pollicum; non autem minorem hiſce pedibus tribuimus altitudinem, ut ex epiſtomio E aqua in ſitulam, fere hujus altitudinis, recipiatur.

Parallelopipedum cavum ligneum F longitudinem habet trium pedum cum ſemiſſe à *g* ad *h*; hujus cavitatis baſis eſt quadratum quinque pollicum. In figura repræſentatur quomodo verticaliter regulis ligneis firmetur Parallelopipedum. Diſtantia inter hujus ſuperficiem ſuperiorem & arcæ A B fundum eſt quindecim pollicum.

In hoc ipſo fundo, in medio reſpectu longitudinis, foramen datur rotundum, diametri circiter quatuor pollicum cum ſemiſſe, quod paulo minus diſtat ab uno latere quàm ab alio, ut magis commode experimenta inſtituantur.

Huic foramini reſpondet foramen, quod parum cum præcedenti differt, ſed tamen minus eſt, in medio ligni ſuperioris parallelopipedi F.

In hiſce foraminibus tubus plumbeus T verticaliter firmatur, quo communicatio datur inter arcam A B & parallelopipedum F. Tubi longitudo eſt octodecim pollicum; ipſius cavitas eſt cylindrica, bene lævigata, diametrumque habet quatuor pollicum.

Probe firmatur tubus, & aquæ effluxus, inter hunc & lignum, interpoſitis lini filamentis, cohibetur.

Et tubi anguſtiores ſæpe adhibentur, in quo caſu annulis ligneis extremitates circumdantur, ut eodem modo firmentur in foraminibus memoratis.

In inferiori parte Parallelopipedi F epiſtomia dantur quatuor I, L, M, N. Horum aperturæ in laminis dantur horizontalibus, quæ omnes in eodem poſitæ ſunt plano horizontali; ſuntque hæ aperturæ ipſis epiſtomiorum capacitatibus multo minores, ut aqua ſine ſenſibili attritu effluat.

Mi-

Minorum duorum epiſtomiorum, quæ æqualia ſunt, aperturæ æquales ſunt, alîus dupla eſt, & maximi tripla. Diameter aperturæ mediæ ſemi poll. æqualis eſt.

Quantumvis exacte hæ menſurentur aperturæ, non omnis error vitari poteſt, qui quomodo corrigatur, ſtatim dicam.

Oris arcæ A B in medio imponitur tabula P, cujus longitudo arcæ latitudinem paululum excedit & cujus latitudo ſedecim aut octodecim eſt poll. Hæc, ne impoſita caſu in aquam cadat, oris, ſemipollicem altis, circumdatur. Firmatur tabula regulis ligneis quatuor, quarum duæ videntur in *o* & *q*, cum ipſa cohærentibus, & inter quas prominentia lignea *r*, cum arca cohærens, recipitur.

Tabulæ huic ſuperimponitur crux lignea S, infra tabulam penetrans, ut cochleâ firmetur. Cruci appenditur bilanx V, cujus lances pedes habent ſemipollicem altos.

Ita ſuſpenditur hæc, ut, quando eſt in æquilibrio, lancium pedes ſupra tabulam ad altitudinem, quæ paulûlum excedit quartam partem pollicis, tantum eleventur.

Uncus autem lancis *k* reſpondet foramini in tabula, quod diametrum habet trium partium quartarum pollicis, & cujus centrum datur in axe continuato tubi T.

Uſu veniunt in experimentis, quæ hac Machinâ inſtituuntur, globi, cylindri, & coni varii, qui ſinguli capillis equinis ſuſpenduntur; in qua ſuſpenſione reſpectu cylindrorum & conorum attendendum, ut axem habeant verticalem, & conorum vertices ſurſum dirigantur.

An aperturæ epiſtomiorum eſſent exactæ, ut explorarem, & errores corrigerem, methodo uſus ſum, quam nunc exponam.

Rebus ut explicavi diſpoſitis, in T applicato tubo, cujus 413.
diameter erat hypotenuſa trianguli rectanguli iſoſceles, cujus latera ſunt duorum pollicum, arcam A B aquâ replevi ita, ut oræ arcæ duobus tantum pollicibus aquam ſuperarent, quo etiam F & T repleta fuere.

In tubo T, capillo equino cylindrum ſuſpendi æneum, cujus dia-

diameter pollicem fere quartâ parte excedit, & cujus altitudo eſt ſeſqui pollicis, ſuprema ſuperficies paululum convexa eſt, & cavus ipſe eſt, ut minus gravet libram, & exacte clauſus, ne aqua in ipſum penetrare poſſit: capillus equinus cum unco *k* lancis libræ V cohærebat, & pondere lanci oppoſitæ impoſito dabatur æquilibrium.

Quæſivi quodnam pondus adjiciendum eſſet, ut æquilibrium daretur, aperto uno ex epiſtomiis minoribus; detegitur pondus hoc tentando. Primo pondus ad libitum imponitur, libraque manu in ſitu æquilibrii retinetur, &, poſt apertum epiſtomium, relinquitur; ſi libra moveatur, pro diverſo motu augetur, aut minuitur, pondus, & eadem operatio repetitur, donec, relictâ bilance, hæc in æquilibrio maneat, habemúſque tunc pondus quod valet actionem quam aqua, dum per tubum movetur, in corpus exerit.

Hac methodo detexi, apertis ſucceſſive epiſtomiis minoribus, parum actiones differre; ideoque non exactiſſime æquales eſſe aquæ quantitates per ſingula effluentes, qui error facillime paululum admodum aucto foramine uno correctus fuit.

Apertis tunc ambobus his epiſtomiis I, L, ſimul, ut aquæ quantitas dupla efflueret, quæſivi aquæ actionem in cylindrum; curavique ut actio eadem foret aperto unico epiſtomio M.

Tandem eâdem methodo eo reduxi epiſtomium N, ut ex hoc ea flueret aquæ quantitas, quæ ex epiſtomio M & uno ex epiſtomiis I, aut L, ſimul, æquali tempore, fluit.

In his omnibus obſervavi, & hoc in omnibus experimentis, quæ hac machinâ inſtituuntur, obſervandum, ut aqua in arca ſervetur ad eandem altitudinem, quare, ubi uno pollice depreſſa eſt ſuperficies, de novo aqua infundenda eſt.

414. Poteſt nunc machina experimentis inſervire. Aperto epiſtomio I, aut L, certa aquæ quantitas effluit, determinatâque velocitate movetur aqua in tubo T, & uniformem

velocitatem habet in toto tubo; in hunc enim continuo intrat & eodem tempore exit aquæ quantitas, æqualis illi, quæ ex epiſtomio defluit. Dupla eſt aquæ velocitas in tubo, ſi dupla aquæ quantitas defluat, id eſt, ſi ambo epiſtomia I & L, aut ſolum M, aperiantur. Tripla eſt apertis M & I vel L ſimul, aut N ſolo. Quadrupla eſt velocitas apertis tribus epiſtomiis I, L, & M, aut N & uno ex I & L. Quintupla eſt apertis ſimul M & N. Sextupla apertis N, M, & uno ex I & L. Septupla tandem apertis omnibus ſimul.

In his omnibus motibus nunquam acceleratio aquæ in tubo T dari poteſt ex cohæſione oriunda, qualem alio loco * memoravimus; quæ ſi daretur non hæc procederet conclusio, æqualem certo tempore per epiſtomium fluere aquæ quantitatem, ſive ſolum, ſive cum aliis aperiatur; quod hic extra dubium eſt; quia ex ſola preſſione aquæ ſupra orificium tubi incumbentis dari poteſt velocitas quæ variis vicibus maximam ſuperat quâ in hiſce aqua in tubo gaudet. * 387

EXPERIMENTUM I.

415. TAB. XXXV. fig. 1. 2.

Rebus, ut in machinæ deſcriptione expoſitum, diſpoſitis, adhibitoque tubo T, ſuperius memorato, cujus diameter eſt hypotenuſa trianguli rectanguli iſoſceles, cujus ſingula latera ſunt duorum pollicum, globus æneus G, cujus diameter eſt ſemi poll., ſuſpenditur ad profunditatem, non intereſt quamcunque, ſex, octo, aut decem pollicum, in tubo, in cujus axe datur globus; quia capillus equinus, cui cohæret, cum unco lancis E conjungitur.

Methodo in n. 413 ſ. tradita quæruntur actiones aquæ in globum, dum ſucceſſive, diverſis velocitatibus, aqua per tubum tranſit, quæ actiones valent reſiſtentias corporis, quando hoc, quieſcente aquâ, iiſdem velocitatibus, in hac movetur.

Pondera minima quibus utor in his actionibus determinandis, quartam partem grani valent; ſuntque actiones quæ ſequuntur.

416.

Velocitates		*Reſiſtentiæ*
1.	gr.	$\frac{3}{4}$.
2.	gr.	$1\frac{1}{2}$.
3.	gr.	3.
4.	gr.	$4\frac{3}{4}$.
5.	gr.	$7\frac{3}{4}$.
6.	gr.	$10\frac{1}{2}$.
7.	gr.	14.

In tribus primis velocitatibus deficiebant paululum actiones a ponderibus notatis.

417. Experimenta hæc, adhibitâ admodum exactâ bilance, fuere inſtituta, maximâ cum curâ, non tamen, nullum omnino errorem quantumvis exiguum dari, aſſerere auſim.

Fateor potius exiguos, quarta parte grani minores, vitari non potuiſſe, & non credo ab experimento recedi, quando tale quid ſuppletur, ubi regularis ſeries hoc poſtulat,

Errorem talem dari in prima actione, hîc determinatâ, quæ parum deficit a $\frac{3}{4}$ gr., & qui reſpectu hujus ponderis ſenſibilis eſt, non tantum indicat regularis ſeries ex reliquis experimentis deducenda, ſed & hoc confirmat Experimentum ſequens.

Experimenta hìc traduntur, ut ante initam ullam computationem a me fuere inſtituta.

Diviſo nunc grano in centum partes, patet in ſequenti ſerie reſiſtentiam pro parte ſequi rationem velocitatis, pro parte rationem quadrati velocitatis.

418.

Velocitates	*Reſiſtentiæ ex prima cauſa.*	*Reſiſtentiæ ex ſecunda cauſa.*	*Summæ ambarum.*	*Reſiſtentiæ In Exp.*
1.	$1 \times 20 = 20$.	$1 \times 26 = 26$.	46.	75.
2.	$2 \times 20 = 40$,	$4 \times 26 = 104$.	144.	150.
3.	$3 \times 20 = 60$.	$9 \times 26 = 234$.	294.	300.
4.	$4 \times 20 = 80$.	$16 \times 26 = 416$.	496.	475.
5.	$5 \times 20 = 100$.	$25 \times 26 = 650$.	750.	775.
6.	$6 \times 20 = 120$.	$36 \times 26 = 936$.	1056.	1050.
7.	$7 \times 20 = 140$.	$49 \times 26 = 1274$.	1414.	1400.

Quan-

Quando corpora ſimilia, ſimiliter, & velocitatibus æqualibus, per idem fluidum, moventur, deducitur ex ante demonſtratis *, reſiſtentiam utramque augeri & minui, ut augetur & minuitur numerus particularum fluidi ex loco motarum eodem tempore, id eſt, *ſequitur reſiſtentia integra rationem quadratorum laterum homologorum* *, &, *ſi de globis, cylindris, aut conis, agatur, rationem quadratorum diametrorum* *. 419. *403. 1. 409. 1. *20. El. VI. *2 El. XII.

EXPERIMENTUM 2.

Differt hoc cum præcedenti tantum reſpectu magnitudinis globi, qui in tubo T ſuſpenditur. In hoc adhibemus globum H, cujus diameter eſt hypotenuſa trianguli rectanguli iſoſceles, cujus latera ſunt ſemipoll., æqualia nempe diametro globi G in experimento 1. adhibito; quare quadrata diametrorum ſunt ut unum ad duo*; in qua ratione etiam detectæ fuere reſiſtentiæ, ut ſequenti tabella patet, in qua + denotat exceſſum, & — defectum exprimit. 420. TAB. XXXV. fig. 1. 2. *47. El. I.

421.

Velocitates	*Reſiſtentiæ* globi H.	*Reſiſtentiæ* globi G in *exp.* 1.
1.	$\frac{3}{4}$ +	$\frac{3}{4}$ —
2.	$2\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$ —
3.	6 —	3 —
4.	$9\frac{3}{4}$ +	$4\frac{3}{4}$
5.	$15\frac{1}{4}$	$7\frac{3}{4}$
6.	21	$10\frac{1}{2}$
7.	28	14.

Reſiſtentiæ in minori velocitate ſolæ ſunt quæ cum propoſitione non congruunt; ſed jam in experimento præcedenti vidimus illam corrigendam eſſe, quæ in illo experimento fuit detecta; reſiſtentia verò ibi in regulari ſerie poſita, dimidium eſt illius, quæ, in eadem velocitate, in hoc ultimo experimento, fuit determinata.

Reſiſtentia ex prima cauſa non mutatur pro diverſa cor- 422.

 po-

* 403, 186. *poris figura, ſi modo cavitas formata in motu eadem ſit* *; quare in cono & cylindro juxta axeos directionem motis, ut & in globo, ſi horum corporum diametri fuerint æquales, & agatur de eodem fluido, & eadem velocitate, reſiſtentia eadem eſt.

423. *Reſiſtentia* autem *ex ſecunda cauſa variat pro diverſa corporis figura; nam licet fluidum quieſcens quaqua verſum æquali vi premat, hoc ad preſſionem ex motu oriundam non debere referri* facile *patet*, quæ juxta unicam tantum directionem agit, & non tota ſuſtinetur niſi a plano ad hanc dictionem perpendiculari.

424. Demonſtramus in ſcholio ſequenti *reſiſtentiam cylindri ſe habere ad coni reſiſtentiam, ſi ambo fuerint recti, & eâdem velocitate, juxta axium directiones, in eodem fluido, moti, ut linea in coni ſuperficie, à vertice ad punctum quodcunque baſeos ducta, ad ſemidiametrum baſeos.*

425. *Cylindri* autem *recti & globi reſiſtentias eſſe inter ſe ut tria ad duo, ſi diametri fuerint æquales, & ille juxta axeos directionem feratur*, in eodem ſcholio demonſtramus.

426. Unde ſequitur *reſiſtentiam globi ſe habere ad reſiſtentiam coni recti, juxta axeos directionem moti, & cujus baſeos diameter æqualis eſt diametro globi, ut duæ tertiæ partes lineæ, in ſuperficie coni ad punctum baſeos ductæ, ſe habent ad ſemidiametrum baſeos.*

Obſervandum coni verticem in motibus hiſce præcedere; ſi enim baſis reſiſtentiam pateretur, clarum eſſet hanc a reſiſtentia cylindri ejuſdem diametri non differre.

EXPERIMENTUM 3.

427. Experimentum hoc ut præcedentia inſtituitur, differt TAB. XXXV. fig. 1, 3. tantum corpus in quod aqua agit. Uſus ſum cono in O delineato, baſis diameter eſt ſemipollicis, altitudo ſemipollicis a vertice v ad centrum circuli qui figuram conicam terminat, infra quam figuram conicam cylindricum erat corpus, eratque partis cylindricæ altitudo circiter octavæ par-

partis pollicis. Hæc vero inferior pars corporis conſideranda non eſt, quia in hanc aqua, juxta axeos corporis directionem mota, incurrere non poteſt.

Actiones aquæ in corpus tabellâ ſequenti continentur.

Velocitates	*Reſiſtentiæ*	428.
1. - - - - - -	gr. $\frac{1}{2}$ —	
2. - - - - - -	gr. 1 $\frac{1}{4}$ +	
3. - - - - - -	gr. 2 $\frac{1}{2}$ —	
4. - - - - - -	gr. 4.	
5. - - - - - -	gr. 6. —	
6. - - - - - -	gr. 8 $\frac{1}{2}$	
7. - - - - - -	gr. 11.	

Diviſo grano in centum partes, in tabella ſequenti ſeparamus reſiſtentias ex utraque cauſa.

Velocitates.	*Reſiſtentiæ ex primâ cauſâ.*	*Reſiſtentiæ ex 2a. cauſâ*	*Summæ ambarum.*	*Reſiſtentiæ in Exp.*	429.
1.	1 × 20 = 20.	1 × 20 = 20	40	50—	
2.	2 × 20 = 40.	4 × 20 = 80	120	125+	
3.	3 × 20 = 60.	9 × 20 = 180	240	250—	
4.	4 × 20 = 80.	16 × 20 = 320	400	400	
5.	5 × 20 = 100.	25 × 20 = 500	600	600—	
6.	6 × 20 = 120.	36 × 20 = 720	840	850	
7.	7 × 20 = 140.	49 × 20 = 980	1120	1100	

Qui tabellam hanc examinaverit, vix quicquam magis accuratum in talibus experimentis poſſe ſperari, facile videbit.

Conferendo hoc Experimentum cum primo *, confirmatur n. 422.5. *418.5. 429.5.

Liquet etiam quoad reſiſtentiam ex ſecunda cauſa, hanc in hoc caſu ſe habere ad reſiſtentiam globi ejuſdem diametri ut 26. ad 20*. *418.5. 429.5.

Ut nunc computationem ineamus de hiſce reſiſtentiis; ſunt 430.

426.5 hæ inter ſe ut $\frac{2}{3}vb$ ad ſemidiametrum baſis: ſi hæc ſemidiameter dicatur 1., erit coni altitudo 2.; & valebit vb radicem *47. El.1. quadratam numeri 5 *; ſunt ergo reſiſtentiæ ut $\frac{2}{3}\sqrt{5}$. ad 1. Sed in ſuperiori parte, ut in vertice conus ſuſpendi poſſit, figura conica non ſervatur, quare reſiſtentia augenda eſt.

Ad latera foraminis per quod filum transmittitur, duæ exiguæ dantur ſuperficies planæ, quæ ſimul circiter valent $\frac{1}{25}$ ſuperficiei circuli cujus diameter eſt $b\,d$, quare vigeſima quinta pars reſiſtentiæ coni augenda in ratione reſiſtentiæ coni hujus ad reſiſtentiam cylindri, id eſt, in ratione 1 *425.5 ad $\sqrt{5}$*. Sunt ergo reſiſtentiæ quæſitæ ut $\frac{25\times 2}{3}\sqrt{5}$. ad $24+\sqrt{5}$. quæ ratio vix differt a ratione 26. ad 19. In qua computatione neglexímus conſiderationem figuræ ipſius verticis cui filum fuit alligatum.

Differt hæc reſiſtentia ex computatione a reſiſtentia in exp. vigeſima parte, quomodocunque mutetur velocitas, unde patet differentiam hanc figuræ ipſi tribuendam eſſe.

Cum autem non admodum magna ſit hæc differentia, & cum non commode ad computum potuerit revocari pars quædam figuræ, facile patet experimento hoc propoſitionem n. 426.5 confirmari.

431. Experimentis cum cylindris inſtitutis non uſus ſum ad demonſtrata confirmanda; difficultas horum experimentorum in cauſa eſt; vix enim poteſt ſuſpendi cylindrus quin agitetur, dum aqua juxta hunc movetur; unde irregularis eſt ſeries reſiſtentiarum, & in majoribus velocitatibus admodum incerta.

Diverſaſque detexi reſiſtentias cylindrorum, quorum diametri erant æquales, ſed altitudines diverſæ; quod clarum eſt

eſt indicium agitationis cujuſdam, cum extra dubium ſit, reſiſtentiam cylindri juxta axeos directionem moti ab ipſius altitudine non pendere. Cum vero facile ſphæræ coni ita ſuſpendantur, ut agitatio nulla timenda ſit, hæc corpora adhibenda credidi.

Hoc tamen de experimentis cum cylindris inſtitutis addam: Inter quatuor cylindros cum quibus experimenta tentavi unum datur, cujus diameter eſt ſemipollicis, & altitudo $\frac{2}{3}$ poll., cujus reſiſtentiæ dant ſeriem regularem, quæ cum ante demonſtratis exacte ſatis congruit; ſi illam excipiamus reſiſtentiam, quæ reſpondet velocitati ſex, quæ $1\frac{1}{4}$ gr. id eſt circiter duodecima parte in exp. deficit ab illa quæ in ſerie deſideratur, quæ differentia certè notabilis eſt.

EXPERIMENTUM 4.

Hoc ut præcedentia fuit inſtitutum, ſuſpenſo cylindro K, cujus diameter erat ſemi pollicis; motus aquæ erat juxta directionem axeos cylindri. 432. TAB. XXXV. fig. 1.4.

Velocitates	*Reſiſtentiæ*
1. - - - - -	gr. $\frac{3}{4}$.
2. - - - - -	gr. 2.
3. - - - - -	gr. 4.
4. - - - - -	gr. $7\frac{1}{2}$.
5. - - - - -	gr. 11.
6. - - - - -	gr. 14.
7. - - - - -	gr. $20\frac{1}{2}$.

Diviſo grano in centum partes ſeparantur reſiſtentiæ ex duabus cauſis.

Ve-

433. *Velocitates*	*Reſiſtentiæ ex 1ª. cauſa*	*Reſiſtentiæ ex 2ª. cauſa*	*Summæ ambarum*	*Reſiſtentiæ in exper.*
1.	1 × 20 = 20.	1 × 39 = 39.	59.	75.
2.	2 × 20 = 40.	4 × 39 = 156.	196.	200.
3.	3 × 20 = 60.	9 × 39 = 351.	411.	400.
4.	4 × 20 = 80.	16 × 39 = 624.	704.	750.
5.	5 × 20 = 100.	25 × 39 = 975.	1075.	1100.
6.	6 × 20 = 120.	36 × 39 = 1404.	1524.	1400.
7.	7 × 20 = 140.	49 × 39 = 1911.	2051.	2050.

Unde patet reſiſtentiam ex prima cauſa in hoc caſu illam eſſe, quæ obſervata fuit, in experimentis cum globo & cono inſtitutis ejuſdem diametri cum hoc cylindro, juxta demonſtrata in n. 422.s. Patet etiam reſiſtentiam ex ſecunda cauſa in hoc experimento ſe habere ad reſiſtentiam
433.s. 418.s. globi ut 39 ad 26., id eſt ut 3. ad 2, ut monui in n. 425.s.

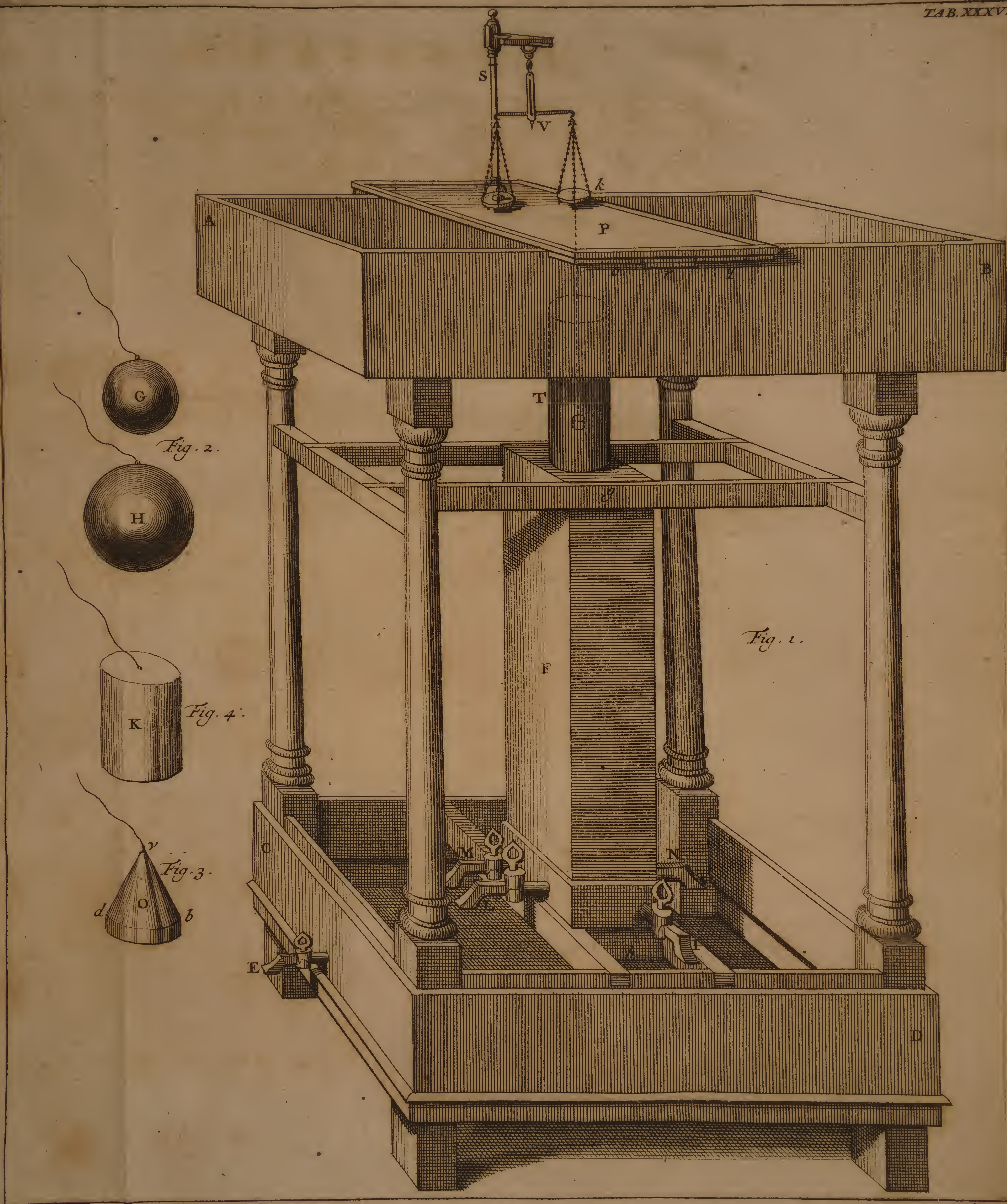
434. *Reſiſtentia ex prima cauſa in variis fluidis differt*, hancque differentiam niſi experimentis determinari non poſſe facile etiam patet.

435. *In motibus velocioribus*, ſi fluida glutinoſa excipiamus, *exigua eſt reſiſtentia ex cohæſione partium, collata cum reſiſtentia ex ſecunda cauſa*; quod ex diverſis rationibus, ſecundum quas augentur, ſequitur. Centies ex. gr. auctâ velocitate in qua æquales ſunt reſiſtentiæ hæ, prima erit ad ſecundam ut unum ad centum.

436. *Reſiſtentia* autem *ex ſecundâ cauſâ in variis fluidis* ſequitur rationem particularum ex loco motarum; pendet enim a materiæ inertia, quæ materiæ quantitatis rationem
12. ſequitur: *eſt* ergo reſiſtentia hæc ceteris paribus *ut fluidi denſitas.*

Computatio de reſiſtentia ex ſecunda cauſâ iniri poteſt, nullo inſtituto experimento, determinando pondus quod hanc reſiſtentiam valet.

437. Sit corpus cujus ſuperficies A B reſiſtentiam patitur, dum
TAB. XXXVI. fig. 4. motus directio ad hanc ſuperficiem perpendicularis eſt; poni-


S
V
k
A
P
B
G
Fig. 2.
H
T
F
Fig. 1.
K
Fig. 4.
y
Fig. 3.
O
d
b
C
M
N
L
E
D

nimus autem, ut ſuperius, corpus quieſcere, dum fluidum movetur, quo actio fluidi in corpus non mutatur *. *407.ſ.

Sit ſuperficiei A B æqualis ſuperficies C D in fundo vaſis, continentis ſimile fluidum ad altitudinem E F; ponamus præterea preſſionem quam patitur pars C D fundi, æqualem eſſe actioni, quam patitur A B, ſepoſita partium cohæſione.

Plana hæc duo æqualia, cohibent ſingula motum fluidi; & propter actionum ſuarum æqualitatem, æquales motus cohibent. Ideoque ſublatis ipſis planis, fluidum in locis in quibus plana agebant eâdem velocitate fertur, id eſt, fluidum, quod in ſuperficiem A B agit, movetur velocitate qua fluidum per foramen in C D exire poteſt, id eſt velocitate, quam corpus acquirit in vacuo cadendo ab altitudine E C *; ſeponimus enim cohæſionem partium & omnem at- *382.ſ. tritum. Ergo actio, quam patitur ſuperficies A B, dum fluidum in hanc agit, valet pondus columnæ fluidi, cujus baſis eſt C D, aut A B, & altitudo E F; hæc eſt enim preſſio quam patitur C D *. *368.ſ.

Unde patet *Priſmatis recti, juxta directionem ad baſim* 438. *perpendicularem, in fluido moti, reſiſtentiam valere pondus columnæ ejuſdem fluidi, cujus baſis æqualis eſt baſi priſmatis, & cujus altitudo illa eſt, à qua corpus in vacuo cadendo acquirit velocitatem, qua priſma in fluido fertur.*

Demonſtratio hæc tantum locum habet ubi ſuperficies, 439. quæ reſiſtentiam patitur, ad motus directionem perpendicularis eſt*, ubi de aliis ſuperficiebus agitur ad demonſtrata *423.ſ. de his * attendendum eſt. *424.ſ. 425.ſ.

Quare ſi de globo agatur, reſiſtentia valebit duas tertias partes ponderis cylindri ex fluido cujus diameter æqualis eſt diametro globi, & cujus altitudo illa eſt a qua cadendo in vacuo corpus acquirit velocitatem, cum qua in fluido movetur *. *438.ſ. 425.ſ.

Altitudo a qua corpus cadendo acquirit velocitatem, qua 440.

ſi in fluido feratur, reſiſtentia ex ſecunda cauſa ponderi ipſius corporis æqualis ſit, ex his facile *detegitur. Si de priſmate agatur, denſitas fluidi ſe habebit ad priſmatis denſi-*
* 438 ſ. 289. *tatem, ut hujus altitudo ad altitudinem quæſitam* *.

441. *Si de globo agatur denſitas fluidi ſe habebit ad globi denſitatem*, ut altitudo cylindri ejuſdem ponderis cum globo & diametrum æqualem globi diametro habentis, quæ altitudo valet duas tertias partes diametri, ad duas tertias par-
* 438. ſ. 425. ſ. 289. tes altitudinis quæſitæ *, id eſt *ut diameter ad altitudinem quæſitam.*

442. Pondus quod reſiſtentiam valet, ideoque ipſa *reſiſtentia ex ſecunda cauſa, ſequitur rationem baſeos priſmatis,*
* 438 ſ. 131. *denſitatis fluidi & quadrati velocitatis corporis* *. Quod
* 419. ſ. 436 ſ. 410 ſ. cum ante demonſtratis * congruit.

443. *Quæ de pondere reſiſtentiam valenti dicta ſunt* * etiam *cum*
* 438. ſ. *experimentis congruunt*, ut patebit ſi computatio ineatur de pondere quod valet reſiſtentiam, data velocitate quacunque ex illis quas in experimentis aqua habuit.

444. Velocitatem aquæ diximus 2. aperto epiſtomio cujus apertura erat circulus diametri ſemi pollicis, & ſupra quod foramen aquæ altitudo erat quinque pedum; ita ut pes cylindricus aquæ effluere potuerit in tempore 46, 66. minu-
* 391. ſ. torum ſecundorum*. Pes cylindricus in tubo, in quo experimenta fuere inſtituta, ſi hicce continuatus foret occu-
15 El. XII. paret pedes 18 *. Ergo aqua per tubum tranſivit velocitate qua pedes 18, percurruntur, in tempore minutorum ſecundorum 46, 66. & ubi velocitas in Exp. fuit 6., hoc idem ſpatium 18: pedum potuit percurri in min. ſec. 15, 55. Experimentis cum pendulis inſtitutis, & computatio-
* 157. ne, juxta regulam ante memoratam *, initâ, conſtat, corpus in uno minuto ſecundo cadere ab altitudine 15, 626. pedum Rhenolandicorum, quales ubique in menſuris noſtris adhibemus; &, velocitate ab hac altitudine cadendo acquiſita, corpus in uno minuto ſecundo percurrit pedes 31, 252. *; & in minutis ſec. 15, 55. percurret pedes 486, 06.; ergo velo-

locitas 6. in exp. ad velocitatem acquiſitam cadendo ab altitudine 15, 616. pedum, ut 18. ad 486, 05. Idcirco acquirit corpus velocitatem hanc exp., cadendo in vacuo ab altitudine 0, 257. poll.*, quæ vix excedit quartam pollicis partem. * 151.

Pes cubicus aquæ ponderat grana 487360 *; & pondus pedis cylindrici eſt gran. 382772. & poll. cylindrici gran. 221½. * 374.

Reſiſtentia cylindri cujus diameter eſt ſemi poll. & velocitas illa quæ in experimentis dicitur 6. eſt pondus cylindri aquei cujus diameter eſt ſemi poll. & altitudo æqualis 0, 257. poll.*, valet ergo gr. 14, 23. * 438.

Ponendo nunc reſiſtentiam hanc in ratione duplicata velocitatum *; & globi reſiſtentiam duas tertias partes reſiſtentiæ cylindri *, tabellam ſequentem formamus, in qua partes, centeſimâ grani parte minores, negliguntur. * 442. * 425.

445.

Velocitates.	*Reſiſtentiæ ex ſecundâ cauſâ.* Cylindri *comp.*	Cylindri *Exp.**	Globi *comp.*	Globi *Exp.** * 923. * 908.
1.	39.	39.	26.	26.
2.	158.	156.	105.	104.
3.	356.	351.	237.	234.
4.	632.	624.	421.	416.
5.	988.	975.	659.	650.
6.	1423.	1404.	949.	936.
7.	1937.	1911.	1291.	1274.

Exiguam dari differentiam inter has reſiſtentias, computatione detectas, & illas, quæ experimentis deteguntur, non mirum; cum pendeat collatio hæc, 1. à menſura aquæ effluentis certo tempore, 2. à menſura ſpatii percurſi certo tempore a corpore cadente, 3. à menſura ponderis pedis cubici aquæ, & 4. tandem à menſura ipſarum reſiſtentiarum. In ſingulis harum quatuor menſurarum errores exigui vitari 446.

 mi-

minime poſſunt; non tamen tales ſunt ut ſcrupulus ullus circa experimenta ſupereſſe poſſit.

447. In cap. de viribus inſitis diximus, nos in hoc capite tradituros demonſtrationem ab illa diverſam, quæ in n. 168. datur, de virium menſura, quas in eodem corpore quadratis velocitatum ſtatuimus proportionales *. Hac ergo caput hoc terminabo.

*169.

A nemine in dubium vocatur fluidi velocitatem, ex preſſione fluidi ſuperincumbentis oriundam, ſequi rationem ſubduplicatam altitudinis fluidi *; demonſtravimus in hoc capite *, reſiſtentiam ex ſecunda cauſa ſequi hujus altitudinis rationem; ideoque rationem duplicatam velocitatis; ſed etiam vidimus reſiſtentiam eandem ſequi rationem cum vi inſita particulis ſingulis fluidi *; quare vis hæc etiam eſt ut quadratum velocitatis. Q. D. E.

*385. *438. *429.

SCHOLIUM,

Demonſtrationes n. 424. & 425.

448. SInt A B C D, E F G, ſectiones per axes cylindri & coni, quorum baſium diametri ſunt æquales; moveatur fluidum juxta directiones axium. Planum A B integram fluidi actionem ſuſtinet, dum hoc juxta hanc ſuperficiem ab omni parte continuo defluit. Superficies autem F E minorem ſuſtinet preſſionem & eo minorem quo ipſius obliquitas ad motus directionem major eſt *: revocaturque preſſio, in punctum quodcunque M, ad preſſionem perpendicularem ad ſuperficiem, ſi poſita I M, juxta motus directionem, ipſi F E æqualem, detur in M perpendicularis M L ad F E, & ducatur huic parallela I L. Tunc preſſio ex motu oriunda ſe habet ad preſſionem quam ſuperficies patitur ut I M ad M L *; talemque preſſionem ſuperficies F E in omnibus punctis patitur, fluidum enim, quod in omnibus punctis tangit ſuperficiem, a continuo accedente fluido talem patitur actionem. Ita res ſeſe non haberet, ſi de motu corporum ſeparatorum ageretur; tunc enim numerus corporum in ſuperficiem E F incurrentium, æqualis eſſet numero corporum, quæ, ſublata ſuperficie E F, in ſuperficiem E H impingi poſſent.

TAB. XXXVI. fig. 5. *423. *201.

Si preſſio per L M in duas ſolvatur ducta L N perpendiculari ad I M, deſignabit N M actionem qua corpus juxta directionem motus fluidi propellitur.

Actio nunc tota in conum ad actionem in cylindrum, ut coni ſuperficies convexa ad cylindri baſin; tales enim ſunt ſuperficies in quas preſſiones agunt; id eſt ut E F ad E H: & ut actio, quæ in ſingulis punctis in conum agit, juxta directionem motus fluidi, ad actionem, quæ in ſingulis punctis cylindrum propellit, id eſt, ut N M ad I M. Ratio ex his compoſita eſt ratio producti E F per N M ad productum E H per I M.

Quæ producta propter æquales E F, I M, ſunt ut N M ad E H, aut

M L

M L; ſunt enim æquales hæ lineæ; propter æqualia & ſimilia triangula I M L, E F H. Sunt etiam ſimilia triangula L M N, L M I *; quare M N ad M L, ut M L ad M I, aut ut E H ad E F. Ergo reſiſtentia coni ſe habet ad cylindri reſiſtentiam, poſitis ambobus rectis, habentibus baſes æquales, & velocitatibus æqualibus, juxta axium directiones, in eodem fluido, agitatis, ut ſemidiameter baſis ad rectam in coni ſuperficie a vertice ad punctum baſeos ducta, ut diximus in n. 424.ſ. *8. El. vi.

Ponamus nunc cylindrum cum ſphæra, diametros æquales habentes, eâdem velocitate, in eodem fluido, moveri, cylindrumque juxta axeos directionem transferri. 449.

Sit hic A B L M, dum ſphæra repræſentatur per D F E G; eſtque C centrum. Reſiſtentia quam patitur pars baſeos cylindri, infinitè exigua, I *i*, ſe habet ad reſiſtentiam quam patitur pars reſpondens F *f* ſuperficiei ſphæræ ductis I H, *i h*, ad axem cylindri, ideoque ad directionem motus, parallelis, ut F *f* ad F *g*, quæ ad A B parallela ducitur; quod patet hìc applicando demonſtrationem datam in numero præcedenti. Triangula F *f g*, F H C, ambo rectangula, & habentia angulos æquales *f* F *g*, C F H, quorum ſingulorum defectus ab angulo recto eſt angulus *g* F C, ſunt ſimilia: ergo TAB. XXXVI. fig. 6.

F *f*, F *g* : : F C aut I H, F H.

Idcirco ſi I H repræſentat reſiſtentiam quam patitur pars ſuperficiei I *i*, F H ipſam repræſentabit quam patitur pars reſpondens F *f* ſuperficiei globi. Et cum hæc demonſtratio ad ſingula ſuperficiei hemiſphærii D F E puncta poſſit applicari; ſequitur, cylindrum A D E B, hemiſphærio circumſcriptum, ſe habere ad ipſum hemiſphærium, ut integra reſiſtentia cylindri ad integram ſphæræ reſiſtentiam; quæ ergo reſiſtentiæ ſunt ut tria ad duo, ut monui in n. 425.ſ.

Ex iiſdem hiſce principiis quæ corporum quorumcunque reſiſtentias ſpectant deducuntur. Ex. gr. facile ex his probatur, *cylindri recti, cujus altitudo diametro æqualis eſt, reſiſtentiam ex ſecunda cauſa eandem eſſe, ſi velocitas eâdem fuerit, juxta quamcunque directionem feratur.* 450. 451.

De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.

Vidimus ſuperius *corpus in fluido motum* reſiſtentiam pati *, darique preſſionem motui contrariam, qua corpus *retardari* manifeſtum eſt *. 452. *401. *158.

Cum duplex detur reſiſtentia, corpus etiam *ex duplici cauſa* a motu ſuo amittit.

Natura utriuſque *reſiſtentiæ* cum diverſa ſit, *generant* hæ *retardationes diverſas, in ipſis illis caſibus, in quibus preſſiones, quas in corpus exerunt, ſunt æquales,* ſed preſſiones non ſunt ejuſdem generis. 453.

In caſu in quo corpus quieſcit dum fluidum movetur cauſæ 454.

ſæ quæ, moto corpore, hoc retardant, nunc ipſi motum communicant & *eſt* hæc *velocitas acquiſita*, *æqualis ipſi retardationi, quam patitur corpus quando, quieſcente fluido, corpus*
*407 *movetur, ea velocitate, quam in caſu primo fluidum habuit* *.

455. *In caſu* autem hoc *in quo fluidum movetur*, *cohæſio partium immediate nunquam motum corpori poteſt communicare*, ſed tantum mediante motu aliarum particularum, ut ex-
*411 plicavimus *; quod non itidem ad ſecundam cauſam reſiſtentiæ applicari poteſt, quæ immediate corpori motum com-
456. municat: quare *ex principiis omnino diverſis*, *quæ retardationes ex* hiſce *diverſis reſiſtentiis oriundas ſpectant*, *deducenda ſunt*.

457. Quando corpus quieſcit, & fluidum movetur, particulæ quæ ad latera defluunt cohæſionem ſuperant, & hæ ex vi ſua amittunt, quæ actio conſideranda foret ad determinandam velocitatem ex hac corpori communicatam, & difficilior eſt hujus celeritatis determinatio, quàm tamen in ſcholio hujus cap. ultimo explicabo. In quo etiam ſcrupulos quoſdam tollam.

Præſtabit hìc retardationem determinare quam patitur corpus in caſu, in quo hoc movetur, & fluidum quieſcit.

458. Vidimus reſiſtentiam ex prima cauſa ejuſdem eſſe naturæ cum reſiſtentia corporum mollium, dum in his cavitas for-
*403 matur *.

Vidimus etiam cavitatem hanc proportionem ſequi ipſi-
*185. us vis amiſſæ in hac formanda *; cavitas autem quam cor-
459. pus in fluido format, dum per hoc movetur, *ſpatio percurſo* proportionalis eſt: ergo & huic ſpatio *vis*, *ex* hac *reſiſtentia ex primâ cauſâ amiſſa*, *proportionalis eſt*.

Corpus quod in vacuo verticaliter in altum projicitur, in adſcenſu ſuo amittit continuo vim proportionalem ſpatio
*170. 371. percurſo *; ſequitur igitur retardatio in hoc adſcenſu ean-
460. dem rationem quam ſequitur *retardatio* corporis *oriunda ex reſiſtentia de qua agimus*; ſed retardatio corporis adſcen-
*135. dentis *eſt æquabilis* *; ergo & talis eſt retardatio quam examinamus.

Quam-

Quamdiu ergo *idem corpus*, *eodem modo*, *per idem fluidum movetur*, *quacunque velocitate feratur*, *ſepoſitâ reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ*, *æqualibus temporibus*, *æquales gradus velocitatis amittit*; & percurrendo ſpatium determinatum *, quod quadrato velocitatis initio proportionale erit *, in tempore ipſi velocitati huic proportionale *, integrum amittet motum. 461.

*459. *460. 135. 138. *460. 135. 136. 131.

Hinc videmus *corpora in fluido mota tandem quieſcere*, quod communi admiſſâ opinione, de viribus ipſis velocitatibus proportionalibus, difficulter admodum explicari poterit, ſi queat; nam niſi tempore infinito tota velocitas conſumi poſſet. 462.

Retardatio ex ſecunda cauſa determinatur, ponendo corpus quieſcens, & fluidum in hoc incurrens; quia facilius determinatur velocitas, quæ corpori quieſcenti a fluido communicatur, quàm retardatio quam corpus patitur; præſtabit ergo velocitatem hanc conſiderare, quæ ab ipſa retardatione, corporis agitati per fluidum quieſcens, non differt *. *407.

Preſſio, quam in corpus quieſcens exerit fluidum, immediate corpus poteſt transferre, ſequitur igitur velocitatem infinite exiguam, momento infinite exiguo conſtanti, communicari, proportionalem ipſi ſpatio, per quod corpus hoc quieſcens actione fluidi immediate transfertur, quod ſpatium ipſi preſſioni proportionale eſt *, quæ ipſa rationem ſequitur quadrati velocitatis*. 463.

*39. *410.

Diminutiones idcirco *velocitatis*, *quas corpus in fluido motum*, *momentis infinite exiguis*, *æqualibus*, *ex reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ*, *patitur*, *ſunt ut quadrata velocitatum ipſius corporis*. 464.

Ex qua demonſtratione ſequitur *nunquam corpus ex ſolâ reſiſtentiâ ex ſecundâ cauſâ integram poſſe amittere velocitatem*. 465.

Patet etiam in omni caſu *retardationem*, *ex hac reſiſtentia*, *eandem cum ipſa rationem ſequi*, *quamdiu corpus motum eandem materiæ quantitatem continet*, ubi autem hæc eſt diverſa, *retardatio eſt cæteris paribus*, *inverſè* ut hæc 466. 467.

ma-

*441. *materiæ quantitas* *. Ex quibus facile videmus, quomodo poſitis demonſtratis in capite præcedenti retardationes pro variis corporibus, & variis fluidis, inter ſe conferri poſſint.

468. *Si de ſphæris, cylindris, aut conis ſimilibus*, Ex. gr. *agatur*, *poſitis cylindris*, & *conis*, *juxta axium directiones motis*, *erunt retardationes ex ſecunda cauſa directè* ut qua-
*466. ſ. 419. ſ. drata diametrorum *, *ut quadrata velocitatum* *, *ut denſi-*
*464. ſ.
*466. ſ. 436. ſ. *tates fluidorum* *; & *inverſe ut denſitates corporum* *, & cu-
*467. ſ.
*467. ſ. bi diametrorum *; ſed ratio directa quadratorum, & inverſa cuborum diametrorum, ad inverſam ipſarum diametrorum reducitur: Idcirco, junctis rationibus ultimâ & primâ, ſunt retardationes inverſe *ut diametri.*

469. Numeri in harum rationum ratione compoſita deteguntur, multiplicando pro ſingulis corporibus fluidi denſitatem per quadratum velocitatis corporis, & dividendo productum hoc per diametrum ductam in denſitatem corporis, diviſionumque quotientes exprimunt retardationum relationes.

470. Hæ etiam deteguntur ſi pro ſingulis corporibus pondus,
*438. ſ. quod valet reſiſtentiam *, dividatur per corporis pondus;
*466. ſ. 467. ſ. 479. quotientes enim ſunt ut retardationes *.

Dum corpus in fluido retardatur, ſingulis momentis, cum mutata velocitate, mutatur retardatio, unde varia circa motum corporis, in fluido continuatum, deducuntur; quorum quædam in ſcholiis, huic capiti ſubjunctis, demonſtramus; horum pauca hîc indicabo.

471. *Sepoſitâ*, ut in ultimis propoſitionibus, *reſiſtentiâ ex partium cohæſione, moveatur corpus per fluidum*, *percurret hoc ſpatia æqualia, temporibus inæqualibus*, *quæ erunt in progreſſione geometrica*; *in qua eadem progreſſione*, *ſed inverſâ*, *ſunt velocitates in initiis horum momentorum.*

472. *Si globus aut cylindrus rectus*, *juxta axeos directionem moveantur per fluidum*, *cylindri longitudo*, & *globi diameter*, *ſe habebunt ad ſpatia*, *quibus percurrendo corpora hæc*

re-

reſpectivè dimidium velocitatis amittunt, in ratione compoſita denſitatis fluidi ad denſitatem corporis, & numeri 10000. *ad* 13863.

Corporis autem, *quod in fluido movetur, retardatio* ab 473.
utraque cauſa reſiſtentiæ pendet, & *eſt pro parte æquabilis* *, *pro parte ut quadratum velocitatis**. *460.5 *464.8

Quod etiam ad corpora adſcendentia & deſcendentia applicari poteſt.

Corpus fluido ſpecificè gravius, quod adſcendit, aut fluido 474.
ſpecificè levius quod deſcendit, præter retardationem ex inertia fluidi oriundam *, *aliam æquabilem patitur*, non modo ex *464.8
cohæſione *, ſed eſt præterea, in primo caſu, ex gravitate *460.5
reſpectiva *, in ſecundo, ex vi qua in fluido ſurſum pelli- *72.8
tur *. *293.

E contra *Si corpus, ſpecifice fluido quo immergitur gra-* 475.
vius, deſcendat, aut fluido levius adſcendat, continuo *acceleratur* vi quæ valet differentiam gravitatum ſpecificarum corporis & fluidi *, quæ acceleratio, à gravitate oriunda, *297.
æquabilis eſt *, minuitur hæc retardatione a cohæſione o- *72.10
riundâ, *ſed* æquabiliter *, & eſt adhucdum æquabilis ac- *461.6
celeratio. Cum autem retardatio ex ſecundâ cauſâ cum velocitate creſcat, *minuitur continuò acceleratio*; & *cor-* 476.
pus magis ac magis accedit ad velocitatem quandam maximam determinatam, ad quam tamen nunquam pertingere poteſt.

Illa verò *eſt velocitas maxima in qua retardatio accele-* 477.
rationi æqualis eſt; ſi enim ad hanc pertingeret corpus, æquabiliter motum continuaret, preſſionibus oppoſitis ſeſe mutuo deſtruentibus.

Corpus cylindricum hanc acquirit velocitatem maximam 478.
in vacuo cadendo ab altitudine quæ ſe habet ad cylindri longitudinem, ſi hic juxta axeos directionem in fluido deſcendat, aut ſi de globo agatur, ad hujus diametrum, *ut differentia denſitatis corporis in flüido moti cum fluidi denſitate ad hanc fluidi denſitatem**, *ſi* nempe *ſeponamus retardationem ex par-* *438.9

tium cohæſione oriundam, qua autem poſita minor erit altitudo a qua in vacuo cadendo corpus acquirit velocitatem de qua agimus maximam.

Relictis nunc motibus, in lineis rectis pauca etiam addam de motu pendulorum.

479. TAB. XXXVI. fig. 7. Sit A B D arcus cycloidis in quo pendulum vibratur; B punctum infimum. Acceleratio ex gravitate in puncto quocunque ut E eſt ut E B *; ſed hæc a cohæſione minuitur æquabiliter *, ſit hæc diminutio ut B F, acceleratio erit nunc ut E F, & in A erit ut A F. Adſcenſu corporis, retardatio in G a gravitate oriunda, erit ut G B, a cohæſione erit ut B F & ex his cauſis conjunctis eſt ut G F; & in tota vibratione ſepoſitâ aliâ reſiſtentiâ, corpus reſpectu puncti F movetur ut in vacuo agitatur reſpectu B.

* 156. * 461.

Vocabimus ideo deſcenſum motum penduli uſque ad F, & adſcenſum motum ultra punctum hoc; agam enim de pendulis a parte A deſcendentibus.

480. Ut autem demonſtremus quæ obtinent, quando pendulum etiam reſiſtentiâ ex ſecunda cauſa retardatur, fingam reſiſtentiam quæ retardationem generat in ratione velocitatis, quaſdamque, hac poſitâ, propoſitiones demonſtrabo, quibus expoſitis facilius patebunt quæ locum habent quando retardatio eſt ut quadratum velocitatis.

481. *Poſitâ* nunc *retardatione in ratione ipſius velocitatis, & pendula duo, omnino ſimilia, in cycloide oſcillata, inæquales peragant vibrationes, eodemque momento cadere incipiant*; moveri inchoant velocitatibus quæ ſunt ut arcus deſcenſu

* 156. deſcribendi *; ſi hæ impreſſiones primi momenti ſolæ conſiderantur, poſt tempus quodcunque celeritates erunt in eadem ratione ac in principio; nam retardationes, quæ ſunt ut ipſæ velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur, additione, aut ſubtractione, quantitatum in eadem ratione. Temporibus igitur æqualibus, utcunque inter movendum ex reſiſtentia mutetur corporis celeritas, ſpatia percurruntur

quæ

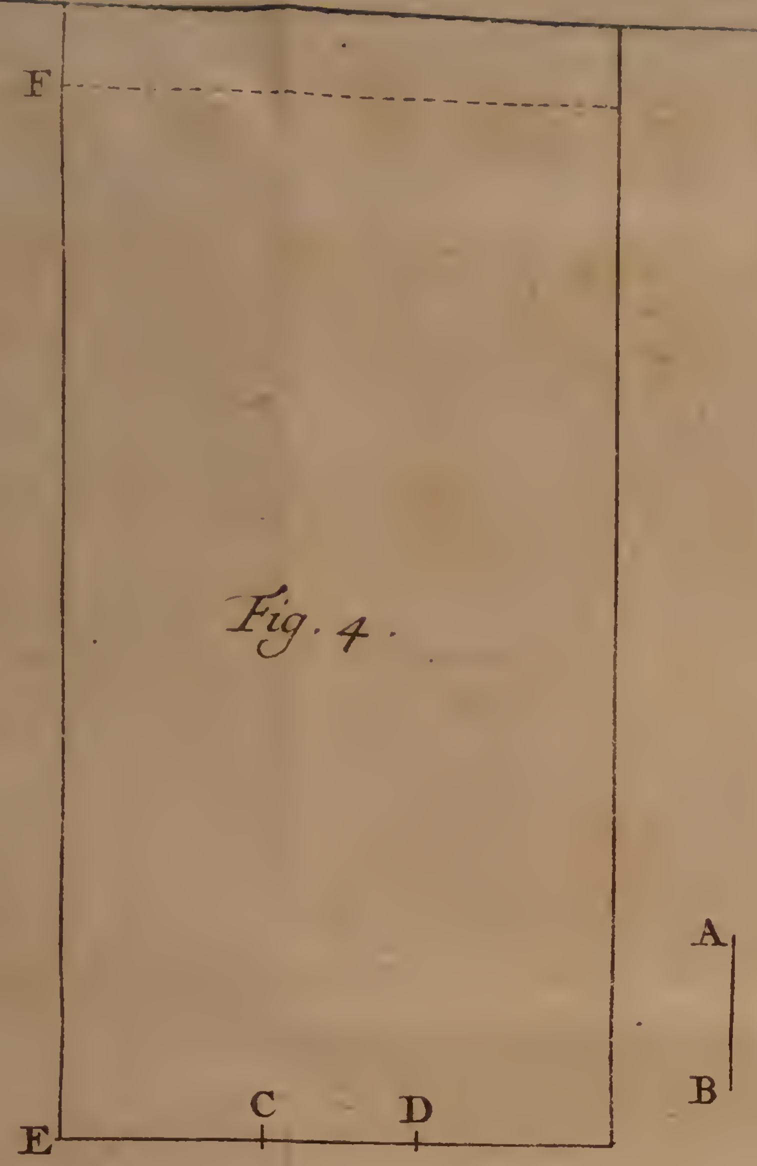


Fig. 4.

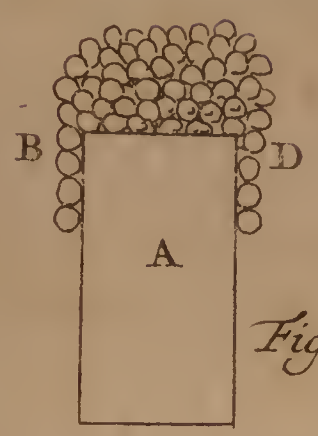


Fig. 3.

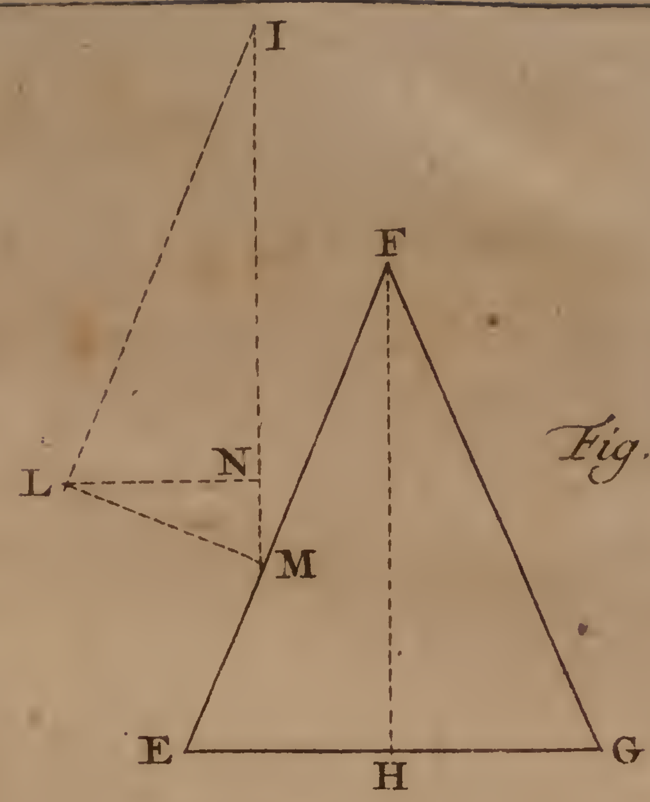
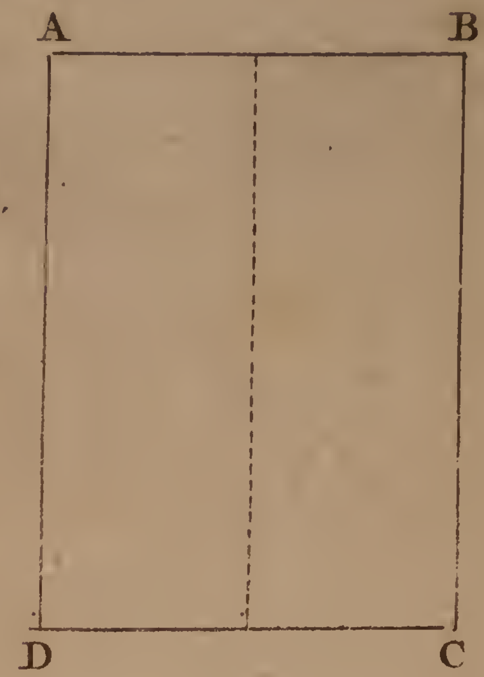


Fig. 5.



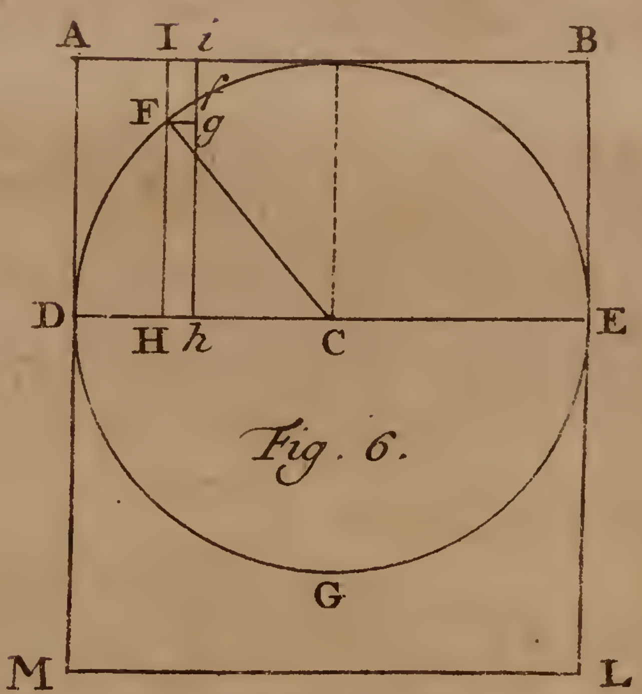


Fig. 6.

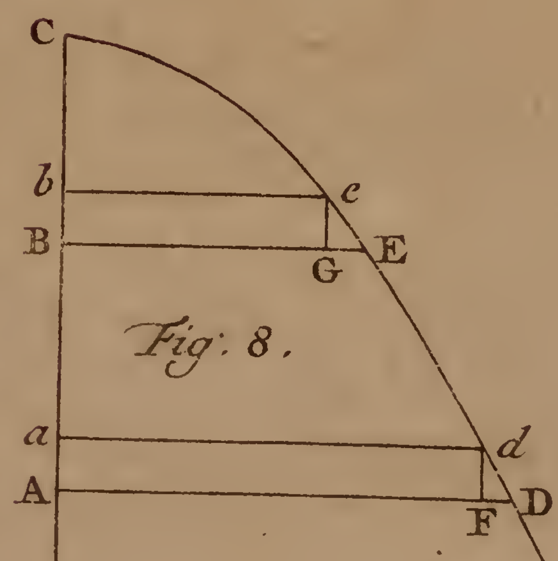


Fig. 8.

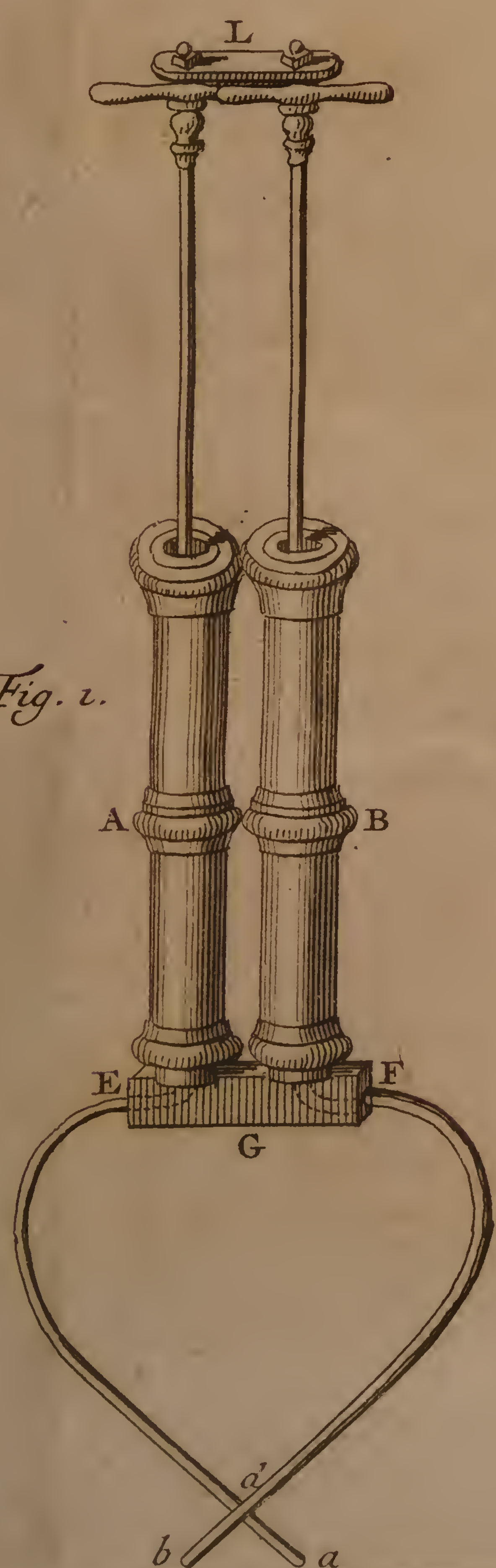


Fig. 1.

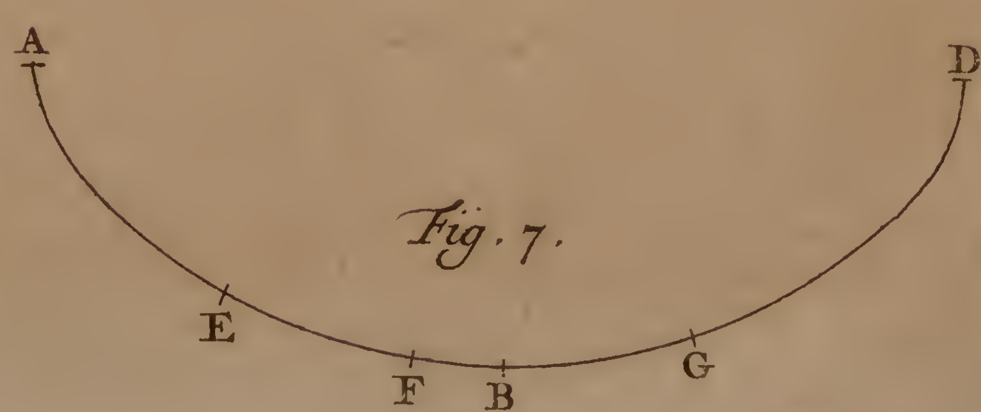


Fig. 7.

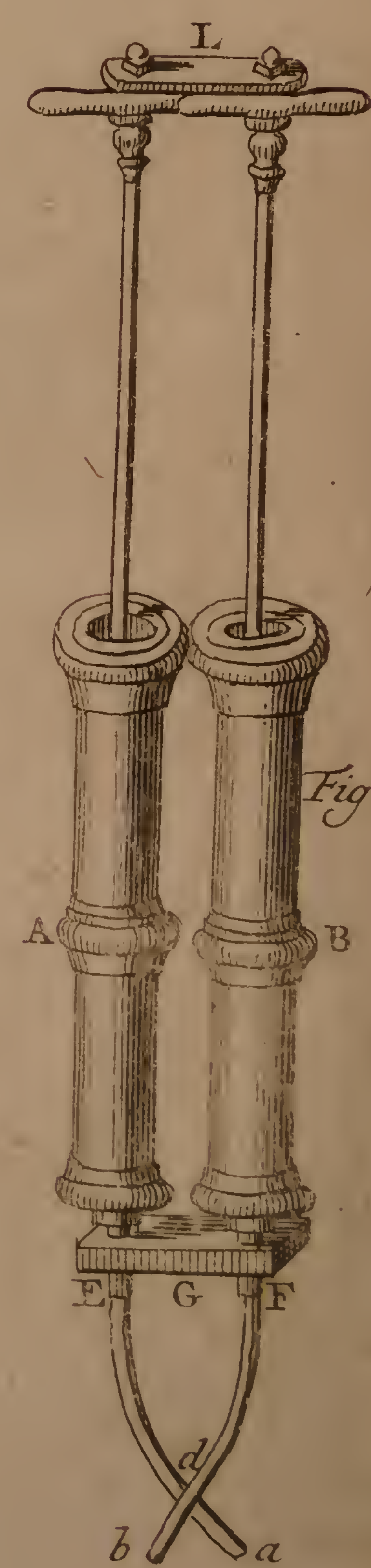


Fig. 2.

quæ ſunt ut velocitates in principio *, id eſt, ut arcus de- *155.
ſcenſu deſcribendi; idcirco poſt tempus quodcunque corpora ſunt in horum arcuum punctis reſpondentibus. In hiſce autem punctis accelerationes ſunt in eadem ratione quàm in principio *; & ratio inter celeritates, quæ ex* 156.
reſiſtentia non variatur, ex acceleratione etiam nullam mutationem patitur. In adſcenſu motus corporum retardatur, ſed in punctis reſpondentibus retardationes ſunt in eadem ratione in qua ſunt in deſcenſu accelerationes. Ubique ergo in punctis reſpondentibus celeritates ſunt in eadem ratione. Cum autem iiſdem momentis corpora ſint in hiſce punctis reſpondentibus, ſequitur motum amborum eodem momento deſtrui, id eſt, *iiſdem temporibus vibrationes abſolvi.* Spatia in integris vibrationibus percurſa, cum æqualibus temporibus percurrantur, & cum in ſingulis momentis velocitates ſint inter ſe eadem ratione, ſunt quoque in hac ratione; id eſt, *arcus integrarum vibrationum ſunt ut arcus* 482.
deſcenſu deſcripti, quorum dupla ſunt arcus in vacuo deſcribendi. Ergo *Defectus arcuum in fluido deſcriptorum* 483.
ab arcubus in vacuo deſcribendorum ſunt differentiæ quantitatum in eadem ratione, & *ſunt ut arcus deſcenſu deſcripti.*

Creſcat nunc *retardatio in ratione duplicata velocitatis,* 484.
& vibrationes inæquales peragat corpus pendulum; majores erunt magis diuturnæ, propter reſiſtentiam magis creſcentem quàm in caſu n. 481. *s.*

Celeritates tamen, *poſitis arcubus non admodum inæqua-* 485.
libus, in arcuum deſcriptorum punctis reſpondentibus, ſunt ubique quam proximè in eadem ratione, & quidem *ratione arcuum deſcenſu deſcriptorum.* Si retardatio eſſet in ratione celeritatis, hæc proportio obtineret, nunc vero turbatur propter majorem reſiſtentiam in majori vibratione, qua motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex cauſa magis acceleratur. 1. Vibratio hæc major diutius durat *, cor- *484.
puſque diutius hæret in certo ſpatio quàm in ſpatio reſpon-

denti in vibratione minori, & per longius tempus acceleratur. 2. Defectus arcus deſcripti, ab arcu in vacuo deſcribendo, major eſt, ſervata proportione, in vibratione majori; quia in hac retardatio magis differt a retardatione in minori vibratione, quam in n.483.5. Puncta ergo reſpondentia, ſervata proportione, magis a puncto F in arcu majori quam in minori diſtant, quamdiu in hoc corpus deſcendit; major ideo, ſervata proportione, in illo datur acceleratio, quia acceleratio eſt ut corporis diſtantia a puncto F. Datur ergo compenſatio, & memorata proportio inſtauratur. In adſcenſu corporis, duratio retardationis concurrit cum ipſa retardatione ad hanc turbandam proportionem, ſed nunc minus in majori arcu puncta reſpondentia, ſervata proportione, a puncto F diſtant, quàm in minori, & ex gravitate minor, ſervata proportione, retardatio datur; & ita jam, ſervatâ proportione, crevit differentia diſtantiæ punctorum reſpondentium a puncto infimo, ut ex hoc ſolo facile compenſatio detur,

Retardationes quæ ſunt ut quadrata celeritatum, ſunt igitur ubique in punctis reſpondentibus, ut quadrata arcuum deſcenſu deſcriptorum; cùm harum ſingulæ in punctis reſpondentibus eandem ſervent rationem, in ea etiam erunt ratione ſummæ omnium, id eſt, retardationes integræ,
486. quæ ſunt *differentiæ inter arcus deſcenſu & adſcenſu proximo deſcriptos.* Hæ ergo differentiæ, *ſi vibrationes non fuerint admodum inæquales, ſunt quam proxime ut quadrata arcuum deſcenſu deſcriptorum.* Hoc etiam cum Experimentis ſatis exacte congruit.

vide Machinæ deſcriptionem pag. 124. *n.* 346.

EXPERIMENTUM.

487. Regulæ E G, E G, ita diſponantur, ut extremitates G, G pendulo reſpondeant quando hoc quieſcit, & ut inter illas extremitates diſtantia detur æqualis diametro fili ænei cui corpora P, *p*, cohærent. Dimittatur pendulum ſucceſſivè a variis altitudinibus quæ in ſingulis occaſionibus indi-

ce

ce notantur, deteguntur altitudines ad quas pendulum adſcendit, ſi variis vicibus ab eadem altitudine dimittatur, & index alter mutetur, donec ad hunc pendulum in adſcenſu appellat, ſed remoto indice ad ipſum non pertingat.

Differentiæ arcuum, adſcenſu & deſcenſu deſcriptorum, erunt proxime inter ſe, ut quadrata arcuum deſcenſu deſcriptorum, ſi ad hoc attendamus æqualiter vibrationes ſingulas eſſe minuendas, propter reſiſtentiam ex partium cohæſione.

Notandum autem pendulum non eſſe dimittendum niſi quieſcente aquæ ſuperficie.

SCHOLIUM 1.

De Logarithmica.

QUæ in ſcholiis ſequentibus de retardationibus corporum, in fluidis motorum, demonſtrantur, lineæ logarithmicæ proprietates pro fundamento habent. Formationem ideò hujus curvæ, proprietatesque quibus in ſequentibus indigemus, in hoc ſcholio exponam.

Sit A C recta, & in hac partes infinite exiguæ A D, D F, F H, &c. æ- 488.
quales inter ſe. Sint præterea ad A B, perpendiculares A C, D E, F G, TA. XXXVII.
H I, &c. infinite parum differentes, & quæ ſint progreſſione continua ge- fig. 1.
ometrica. Si nunc curva tranſeat per extremitates C, E, G, I, &c. erit hæc logarithmica, cujus Aſymtotos erit A B, ad quam continuo curva accedit, & ad quam nunquam pertingere poteſt.

Eadem datur ratio inter ordinatas duas quaſcunque, ſi inter ipſas eadem detur 489.
diſtantia. A C ſe habet H I, ut L M ad R S, ſi diſtantia A H diſtantiæ L R fuerit æqualis. Ratio enim quæ datur inter A C & H I, componitur ex rationibus A C ad D E, D E ad F G, & F G ad H I; ratio L M ad R S, componitur ex rationibus L M ad N O, N O ad P Q, & P Q ad R S: rationes componentes ſingulæ ſunt æquales inter ſe *, numeruſque rationum *488.
componentium in utroque caſu idem eſt, propter æquales diſtantias A H, L R; ergo & æquales ſunt rationes compoſitæ. Q. D. E.

DEFINITIO I.

Logarithmus ordinatæ cujuſcunque dicitur abſciſſa ipſi reſpondens, ubicunque ini- 490.
tium abſciſſarum ponatur.

DEFINITIO 2.

Diſtantia inter duas ordinatas vocatur logarithmus rationis quæ inter ipſas da- 491.
tur. Eſtque differentia logarithmorum ipſarum ordinatarum.

Poſitis iterum A H & L R æqualibus habemus

A C, H I :: L M, R S*; & dividendo *489.

A C − H I = T C, A C :: L M − R S = V M, L M. Quare eſt

TC, VM::AC, LM.

492. Id eſt *ordinatæ ſunt inter ſe, ut harum ſingularum differentiæ cum aliis ordinatis æqualiter ab his diſtantibus.*

TA. XXXVII, fig. 2. In puncto quocunque C logarithmicæ CM, ductâ tangente CT, quæ aſymtoton ſecat in T, habetur *ſubtangens* AT; & *eſt hæc conſtans in omnibus* 493. *curvæ punctis*, ductâque in M tangente MV, erunt æquales AT, LV. Ut hoc pateat ſint AD, LN infinitæ exiguæ & æquales, ductiſque ordinatis DE, NO, ſint E*c*, O*m*, ipſi AB parallelæ. Triangula C*c*E, CAT, ſunt ſimilia, ut & M*m*O & MLV; ergo

C*c*, *c*E::CA, AT, &

M*m*, *m*O::ML, LV.

Sunt autem proportionalia antecedentia, in hiſce proportionibus *492. C*c*, M*m*::CA, ML*; ergo & conſequentia *c*E, *m*O::AT, LV: ſed ſunt æquales *c*E, *m*O; idcirco & AT, LV.

404. Si ſervatis ordinatis AC, DE, FG, HI &c. ſervataque æqualitate di- TA. XXXVII, fig. 1. ſtantiarum AD, DF, FH, &c. diſtantiæ hæ augeantur, aut minuantur, manifeſtum eſt logarithmicam mutari, ſubtangentemque etiam mutari in eadem ratione in qua diſtantiæ hæ mutantur; nam in triangulo C*c*E, ſervato TA. XXXVII, fig. 2. latere C*c*, ſi mutetur *c*E, in triangulo ſimili CAT, cujus latus CA ſervatur, in eadem ratione cum *c*E mutabitur AT.

TA. XXXVII, fig. 1. Etiam in eadem ratione in qua ſingulæ diſtantiæ minores mutantur, mutantur ſummæ diſtantiarum quarumcunque: id eſt ut mutatur AD, ſic & 485. mutatur AH, log. rationis AC ad HI; unde ſequitur, *in diverſis logarithmicis ſubtangentes eſſe inter ſe, ut ſunt logarithmi earundem rationum.*

496. In Tabulis logarithmorum quas editas habemus, logarithmus rationis unius ad decem eſt ipſa unitas, & logarithmi rationum intermediarum per fractiones decimales exprimuntur, eſtque ſubtangens logarithmicæ tabularum 0,43429.44819.

SCHOLIUM 2.

De Retardatione in genere.

497. RETardatio, *& acceleratio, menſuratur, poſitis momentis infinitè exiguis æqualibus*; retardatio quæ a prima cauſa pendet æquabilis dicitur, quia di- *461. minutiones velocitatis æqualibus temporibus ſunt æquales *. Retardatio ex ſecunda cauſa dicitur ut quadratum velocitatis, quia diminutiones, in mo- *454. mentis infinitè exiguis æqualibus, ſunt ut hæc quadrata.*

998. *In ſingulis* autem *momentis infinitè exiguis retardationes, & accelerationes, ſunt æquabiles*; nam in tali momento mutatio in actione reſpectiva pro nulla haberi poteſt; &, durante integro momento eodem modo variat motus relativus 499. fluidi & corporis: ergo ſi momenta differant erunt *retardationes, & accelerationes* ut ipſa momenta; id eſt *ſunt* hæc *in momentis infinitè exiguis inæqualibus, in* *497. *ratione compoſita rationis retardationum, & accelerationum, poſitis momentis æ-* *498. *qualibus *, & rationis ipſorum momentorum inæqualium *.*

Quando ſpatiola infinite exigua ſunt æqualia, momenta quibus ſingula 500. ſpatiola percurruntur ſunt inverſè ut velocitates *, ergo *retardationes, & acce-* *le-*

lerationes, quas corpus patitur, percurrendo ſingula talia *ſpatiola æqualia, ſunt directè ut retardationes, poſitis momentis æqualibus, & inverſè ut velocitates* *. *499.1

Ideo *in retardatione ex prima cauſa, ſi ſpatiola infinitè exigua fuerint æqualia,* 501.
ſunt velocitatis diminutiones inverſè ut velocitates *. *461.1

In retardatione ex ſecunda cauſa, ſunt velocitatis diminutiones, in ſpatiolis æqua- 502.
libus, directè ut quadrata velocitatum, & inverſè ut ipſæ velocitates *, id eſt *464.1.499.11
directè ut velocitates.

S C H O L I U M 3.

De Retardatione ex prima Cauſa.

SIt A C ſpatium, in quo corpus totam amittit velocitatem, quando ex pri- 503.
ma cauſa ſola retardatur, dum velocitas in initio repræſentatur lineâ TAB. XXXVI.
A D. fig. 8.

Dum ſpatium hoc A C a corpore percurritur, patitur hoc eaſdem mutationes, quibus ſubjicitur corpus adſcendens, quod ſola retardaretur gravitate, & quod ad altitudinem A C adſcendendo totam amitteret velocitatem *. *135.461.1
Quadratum igitur velocitatis in A, ſe habet ad quadratum velocitatis in alio *137.131.
puncto quocunque B, ut A C ad B C *. Si ergo fuerit A D ad B E, in ra- † la Hire
tione ſubduplicata A C ad B C, repræſentabit B E velocitatem in B. Datur ſect. con.
autem ratio hæc inter ordinatas parabolæ quæ tranſit per C & D, poſita lib. 3.
C extremitate diametri A C †. prop. 2.

Idcirco *ſi parabolæ diameter repræſentat ſpatium percurſum, ordinatæ ad dia-* 504.
metrum velocitates, in punctis quibuſcunque, deſignabunt, ſi corpus ex ſola prima cauſa retardetur, aut aliam quamcunque retardationem æquabilem patiatur.

Si ſpatiola A *a* & B *b*, infinitè exigua, fuerint æqualia, diminutiones velo-
citatum D F, G E, erunt inverſè ut ipſæ velocitates A D, B E *; Si A *a* aut *501.5
B *b* mutetur, mutatur in eadem ratione D F aut G E; ergo *in Parabola,* 505.
differentiæ infinitè exiguæ ordinatarum vicinarum ſunt directe ut differentiæ abſciſſarum reſpondentium, & inverſè ut ipſæ ordinatæ. Quod etiam ex ſola conſideratione parabolæ deduci potuiſſet.

Si duo dentur corpora, æqualibus velocitatibus mota, quæ diverſas patiuntur re- 506.
tardationes ex prima cauſa, aut in genere retardationes diverſus æquabiles, ſunt ſpatia, quibus percurrendo integræ velocitates tolluntur, inverſè ut retardationes in momentis æqualibus, ut hoc facile deducitur ex demonſtratis de adſcenſu ſuper planis inclinatis. Nam velocitatibus æqualibus corpora ad eandem adſcendunt altitudinem ſuper planis diverſis *, id eſt ſpatia, quibus percurren-
do integras amittunt velocitates, ſunt ut planorum longitudines, poſitis alti- *152.
tudinibus æqualibus: ſed in hoc caſu ſunt preſſiones, quibus corpora ſuper his planis deſcendere conantur, quæ ſunt ut velocitates eodem tempore communicatæ, aut ſublatæ, in ratione inverſâ longitudinum *. Q. D. E.

*142.

SCHOLIUM 4.

De Retardatione ex ſecunda Cauſâ.

507. SI A B, *logarithmicæ aſymtotos, ſpatium a corpore in fluido percurſum repræſentat,*
TA. XXXVII, *poterunt velocitates in ſingulis punctis ordinatis repræſentari*; ſunt enim velo-
fig 1. citatum decrementa, in ſpatiis infinite exiguis æqualibus, A D, D F,
*501. ſ F H, &c. ut ipſæ velocitates *, & decrementa ordinatarum A C, D E,
492. ſ F G, &c. ut ipſæ ordinatæ.

508. Unde ſequitur ſi ſpatia fuerint æqualia, ut A L, L X, X B, velocitates in punctis A, L, X, B, quæ deſignantur ordinatis A C, L M, X Z, B K,
*489. ſ eſſe in progreſſione geometrica *; ut notavimus in n. 471. ſ.

509. Sit A T logarithmicæ aſymtos; B Y logarithmica; B M ejuſdem conti-
TA. XXXVII. ſ nuatio in ſitu contrario poſita.
fig. 3. Si nunc ſumamus ordinatam quamcunque ut T Y M; Logarithmus ra-
491. ſ tionis T M ad A B eſt A T, qui etiam eſt logarithmus rationis A B ad T Y;
*489. ſ ſunt ergo in continua proportione T M, A B, T Y *: & quadratum A B valet T M ⋈ T Y: ſuntque æqualia eidem quadrato A B, ideoque inter ſe, rectangula omnia ut T M ⋈ T Y, S X ⋈ S L; P E ⋈ P G, &c.

510. Idcirco creſcunt ordinatæ, quæ curvâ B M terminantur, ut minuuntur reſpondentes, quæ curva B Y terminantur, ſuntque primæ inverſè ut ſecundæ.

511. Spatiola infinite exigua velocitate æquabili ſingula percurruntur; ſunt ergo momenta quibus talia ſpatiola æqualia A C, C P, P Q, &c. percurruntur inverſè ut velocitates quibus percurruntur, id eſt inverſè ut A B, C D,
*507. ſ P E, &c *; aut directe ut A B, C F, P G &c *; quæ ſunt ut differentiæ,
*510. ſ B *b*, F *f*. G *g* &c*.
*492. ſ Totum igitur tempus quo linea ut A Q percurritur, omnibus hiſce differentiis conjunctim repræſentatur, id eſt, lineâ N H; eodem modo O M
*492. ſ repræſentat tempus quo Q T percurritur: ſi vero ſpatia A Q, Q T, fue-
*510. ſ rint æqualia, erit N H ad O M, ut Q H ad T M *, id eſt inverſè ut Q K
*489. ſ ad T Y *, aut A B ad Q K *.

512. Tempora ergo, quibus ſpatia æqualia ſucceſſivè percurruntur, ſunt inverſè ut velocitates in fine, aut inverſè ut velocitates in initiis ſpatiorum; ut monuimus in n. 471 ſ.

513. Ponamus iterum corpus quod in linea A B movetur, & ex ſecunda cauſa
TA. XXXVII. ſ ſola retardatur, ſit A C velocitas in A, & C M logarithmica, quæ in aliis pun-
fig. 2. ctis velocitates determinat *; ut hac curvâ, & tabulis utamur in computa-
*507. ſ tionibus neceſſe eſt, ut determinemus magnitudinem ſubtangentis logarithmicæ, quæ uſu venire poteſt in caſu quocunque propoſito, aut quod idem eſt, debemus determinare, in figura data quacunque, quodnam ſpatium ſubtangente repræſentatur.

Ponamus A C eſſe velocitatem, qua ſi corpus in fluido feratur, reſiſtentia ex ſecunda cauſa ipſi ponderi corporis æqualis ſit.

514. Ergo Corporis pondus, id eſt, *preſſio ex gravitate, quæ* corpus adſcendens retardat, *æqualis eſt preſſioni* quam corpus de quo agimus *ex reſiſtentia ex ſecunda cauſa* patitur. Preſſiones hæ ambæ immediate corpus transferunt, quando in

hoc agunt: ergo *æqualiter eundem motum ejuſdem corporis* mutare poſſunt; eſtque retardatio, quam corpus in fluido patitur in primo momento, æqualis velocitati, quam in momento æquali corpus adſcendens, & quod gravitas *retardat*, amittit.

Sit nunc C *c* retardatio, quam corpus patitur percurrendo A D, erit C *c* velocitas quam corpus amittit, adſcendendo ad altitudinem A D, quando gravitate retardatur. Concipiamus nunc parabolam, deſcriptam cujus axis ſit A B, & quæ per puncta C & E tranſeat, id eſt eandem habeat tangentem A T cum logarithmica, quæ per C & E tranſit, & cujus Aſymtos eſt A B.

Ordinatæ logarithmicæ hujus deſignabunt velocitates corporis in fluido moti, cujus velocitas in A eſt A C*: & A X axis parabolæ, cujus vertex eſt X, *507.ſ
demonſtrabit altitudinem ad quam corpus velocitate A C in altum projectum, & ſola gravitate retardatum, poteſt adſcendere*; igitur X A, *dimidium ſubtangentis* A T*, *deſignat altitudinem a qua corpus in vacuo cadendo acquirit velocitatem, quaſi corpus per fluidum moveatur, reſiſtentiam patitur ponderi ipſius corporis æqualem*, quæ altitudo datur *. *504 ſ 515. *la Hire ſect. con. lib. 2. prop. 20.

Hiſce poſitis ſequentia ſponte ſequuntur.

516. *Ut altitudo, à qua corpus in vacuo cadendo acquirit velocitatem, quæ dat reſiſtentiam ponderi corporis æqualem, ad ſpatium à corpore in fluido percurſum, ita dimidium ſubtangentis tabularum*, 0,21714.72409.*, *ad logarihtmum rationis inter velocitates in initio & in fine ſpatii* *. *440 ſ *496 ſ *507.ſ

517. Numeri quicunque in tabulis, quorum logarihtmorum differentia eſt logarithmus rationis detectus, ſunt inter ſe ut hæ velocitates *. * 491.ſ. 489.ſ.

518. Eâdem hac regulâ, data ratione inter velocitates in initio & fine ſpatii percurſi, detegitur ſpatium hoc.

519. Logarihtmus rationis 2. ad 1. habetur, ſubtrahendo ex log. numeri duo 0,30102.99957. log. 0. unitatis; ergo ut 0,21714.72409. ad 0,30102.99957., id eſt, ut 10000000000. ad 13862945972., ita altitudo, a qua in vacuo cadendo corpus acquirit velocitatem, quæ dat reſiſtentiam ponderi æqualem, ad ſpatium in quo corpus dimidium velocitatis amittit *. Congruit hoc cum indicatis in n. 472.ſ. *516.ſ

520. *Si* in puncto quocunque *retardatio ex ſecunda cauſa fiat æquabilis, ſpatium in quo tota deſtruitur velocitas* dimidiata ſubtangente repræſentatur, ut ſequitur ex demonſtratione n. 514.ſ. quæ & hîc applicari poteſt; cum autem ſubtangens conſtans ſit*, ſequitur etiam in fluido homogeneo, quale in his ubique ponimus, ſpatium illud non mutari, quomodocunque varietur velocitas, & *æquari altitudini a qua in vacuo cadendo corpus acquirit velocitatem, qua poſitâ, reſiſtentia ponderi æqualis eſt* *. *493 ſ *515.ſ

SCHOLIUM 5.

De ambabus Retardationibus conjunctim.

521. Sit A M linea, quam corpus in fluido percurrit; ſit hæc Aſymtos logarithmicæ I S P; cujus A I eſt ordinata; ſit præterea G F B parabola cujus axis eſt I B; vertex B; ordinata G I, parallela A M; Parameter B I: Si A B fuerit ad B I, ut retardatio ex prima cauſa ad retardationem ex ſecun- TA. XXXVII. fig. 4.

 da-

da in puncto A, poterit velocitas in puncto quocunque, ut C, determinari. Nam ſi in hoc puncto detur C D, ad A M perpendicularis, ordinata logarithmicæ, & per D ducta ſit D F ad I G & A M parallela, erunt G I & F E, ut velocitates in punctis A & C.

522. Ut hoc demonſtremus ponimus A *a* & C *c* infinite exiguas, & æquales; velocitates in punctis *a* & *c*, ſi ut in puncto C determinentur, erunt K H & *e f*; decrementa ergo velocitatum, dum ſpatia æqualia A *a*, C *c* percurruntur, ſunt G *g* & F L; demonſtrandum ſi G *g* reſolvatur in duas partes, quæ ſint ut A B ad B I, F L poſſe reſolvi in duas ita, ut partes primæ utriuſque [∗501. ſ] decrementi ſint inverſè ut G I ad F E ∗, & ſecundæ directe in eadem ratione G I, aut B I (quia hæc eſt parabolæ parameter †), ad F E ∗: id eſt [† la Hire ſect. con. lib. 3 prop. 2.] debemus probare G *g* ſe habere ad F L, ut $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$ ad $\frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$. [∗502. ſ]

[∗505. ſ] Hæc autem eſt demonſtratio; G*g*, F L :: $\frac{IK}{GI}, \frac{Ee}{FE}$ ∗ :: $\frac{AI}{GI}=\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$,

[∗492. ſ] $\frac{AE}{FE}=\frac{AB}{FE}+\frac{BE}{FE}$ ∗.

[∗ la Hire ſect. con. lib. 3. prop. 2.] Sed $\frac{BE}{FE}=\frac{BE\times FE}{FE\times FE}=\frac{BE\times FE}{BE\times BI}$ ∗ $=\frac{FE}{BI}=\frac{FE}{GI}$ propter æquales B I, G I: Ergo G*g*, F L :: $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}, \frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$. Quod demonſtrandum erat.

Spatium in quo corpus totam amittit velocitatem eſt B P, aut A Q; in [∗521. ſ] puncto enim Q velocitas nulla eſt ∗.

523. Ut nunc hæc figura computationi inſerviat, ſpatium, datâ lineâ repræſentatum, determinandum eſt, ut & ratio quæ datur inter I B & B A, ad quæ ſine experimentis, circa ipſas retardationes inſtitutis, pervenire non poſſumus.

Ponimus ergo experimento detectum fuiſſe ſpatium A Q, in quo corpus totam amittit velocitatem, quo ſpatio dato, ratio inter A B & B I, quæ eſt ratio retardationum in puncto A, detegi poteſt.

Velocitas in A lineâ G I, aut B I ipſi æquali, repræſentatur, & retardatio dum ſpatium A *a* percurritur eſt G *g*, ut vidimus, quæ (propter ſub- [∗ la Hire ſect. con. lib. 2. prop. 20.] tangentem duplam abſciſſæ B I ∗, ideoque duplam G I) dimidium eſt ipſius *g* H, aut *i k*.

Logarithmicam I S P tangit linea I *k* O; ſumtâ A M duplâ A O, ductâque I M, quæ ſecat *ki* in *m* erit *k i* dupla *m i*, quæ ergo G *g* æqualis eſt, retardationemque repræſentat.

Sit ad A I parallela M T, quam in N ſecat B P producta; ita ut æquales ſint A B, M N, ut & B I, N T; ductâ ergo I N, quæ *m i* ſecat in *n*, erit A B ad B I, ideſt prima retardatio ad ſecundam in puncto A, ut *m n* ad *ni*; repræſentant idcirco hæ ſeparatim utramque retardationem; nam ſumma retardationes conjunctim deſignat.

Eſt nunc *n i* retardatio, quam corpus dum B I, quæ G I æqualis eſt, veloci-ta-

tatem in A exprimit, ex ſecunda cauſa ſola patitur. Si igitur concipiamus logarithmicam I R cujus aſymtos ſit B N, & quæ tranſeat per I & *n*, deſignabit P R velocitatem quam corpus, ſi ex ſola ſecunda cauſa retardaretur ſuperſtitem haberet, percurrendo ſpatium experimento detectum A Q, *507.s aut B P *, poteſtque ratio inter B I & P R detegi *. *516.s

Subtangens logarithmicæ I R eſt B N, aut A M dupla A O, quæ eſt ſubtangens logarithmicæ IP.

Si ergo A Q, æqualis B P, logarithmo rationis B I ad P R, in duas partes æquales dividatur in V, & V S detur perpendicularis ad A Q, erit B I ad P R, *495.s ut A I ad V S*. Sunt autem in continuâ proportione A I, V S, Q P *; ergo AI^q ad VS^q, id eſt BI^q ad PR^q, ut A I ad Q P, aut A B; & dividendo *489.s

$$BI^q - PR^q,\ PR^q :: AI - AB = BI,\ AB.$$

Quod ſic enuntiari poteſt: *Quadratum velocitatis corporis in initio minus quadrato velocitatis, quam, ſi corpus ex ſola ſecunda cauſa retardaretur, ſuperſtitem haberet*, poſt *percurſum ſpatium, in quo, dum ex ambabus cauſis retardatur, totum motum amittit, ad hoc ultimum quadratum, ita retardatio ex ſecunda ad retardationem ex prima, in primo momento motus.* 524.

His præmiſſis, computatione detegimus velocitatem in puncto quocunque dato lineæ A Q, ut C. 525.

Quærimus in numeris tabularum logarithmum rationis B I ad P R *, qui eſt logarithmus rationis A I ad V S; ſi hic duplicetur habemus numerum qui repræſentat A Q, ſi ponamus I S P eſſe logarithmicam tabularum; demonſtrata enim ad logarithmicam quamcunque applicari poſſunt; Dicatur hic numerus *L*. *516.s

Ut ſpatium A Q, in quo corpus totum motum amittit, ad ſpatium datum A C, id eſt A Q ad A C, ita *L* ad logarithmum rationis A I ad C D aut A I ad A E: qui ergo datur, poteſtque deſignari littera *M*.

Sumto nunc ad libitum numero qui deſignat A I, Log. A I — *M* erit log. numeri qui deſignat C D*, aut A E. Log. A I — *L* eſt log. numeri qui deſignat Q P, aut A B: quos numeros determinamus: dantur ergo tres numeri, qui ſunt inter ſe ut A I, A E, A B; quare ex primis duobus ſubtracto ultimo, reſtant numeri, qui ſunt ut B I ad B E, id eſt ut quadrata velocitatum in A & C *, in initio & puncto dato. *491.s * 521.s *la Hire ſect. con.* lib. 3. Prop. 1.

Operatione contraria, datis velocitatibus G I & F E, & ſpatio A Q, in quo corpus totam amittit velocitatem, detegitur punctum C. Nam data A Q detegitur ratio inter B I & B A *; ſumtoque numero qui velocitatem G I, æqualem B I, exprimit datur B A; ſed ut GI^q ad FE^q ita B I ad B E, datur ergo numerus qui lineam hanc exprimit; ideoque numeros determinamus, qui ſunt inter ſe ut A B, A E, A I. Ex demonſtratis autem conſtat * differentiam log. A I, A B, ad differentiam log. A I, A E, ita A Q ad A C, ſpatium percurſum, quod ergo detegitur. 526. *524.s *522.s

Determinatur etiam C Q ſpatium in quo corpus amittit totum motum data velocitate F E in initio, ſubtrahendo nempe A C ex A Q. 527.

Si nunc concipiamus, datâ velocitate G I, ſolam locum habere retarda-

* 520. s. tionem ex ſecunda cauſâ, hancque æquabilem fieri, datur ſpatium in quo tota
528. deſtruitur velocitas *; hoc autem ſpatium ſe habet ad *ſpatium in quo, ſolâ reſi-*
* 506. s. *ſtentiâ ex primâ cauſâ, tota velocitas deſtruitur*, ut A B ad B I *, quæ ratio
* 526. s. cum detur *, etiam *determinamus* ſpatium hoc. *Spatia* autem *hæc, in diverſis*
529. *fluidis, ſunt inverſe ut partium cohæſiones.*

SCHOLIUM. 6.

De Corporibus in altum projectis.

530. *Corpus, fluido ſpecificè gravius, quod in hoc in altum projicitur, tribus ex cau-*
ſis retardatur, ex gravitate & ambabus cauſis in hoc capite explicatis.
* 135. 460. s. Retardatio ex gravitate & ex prima cauſa ſunt ambæ æquabiles *, & conjun-
ctæ æquabilem tantum efficiunt retardationem; quare & hîc applicari poſ-
ſunt quæ in ſuperiori ſcholio demonſtrata ſunt.

531. *Si* ergo *unico experimento conſtet ad quam altitudinem corpus in fluido, datâ ve-*
locitate, adſcendit, ſequentia problemata ſolvuntur:

1. *Detegitur altitudo ad quam, datâ aliâ velocitate quacunque, corpus adſcendere*
* 527. s. *poteſt* *.
532. 2. *Datâ velocitate in initio, detegitur velocitas in puncto dato* *.
* 525. s. 3. *Detegitur data velocitate, ſpatium in quo*, ſepoſitâ reſiſtentiâ ex ſecundâ
533. cauſâ, id eſt *gravitate reſpectivâ & cohæſione conjunctim, corpus motum ſuum*
* 528. s. *amitteret* *.
534. 4. *Detegitur ſpatium in quo corpus*, data velocitate motum, *ex ſola cohæſione mo-*
tum amitteret.

Cum velocitas detur, datur altitudo ad quam corpus in vacuo adſcendere
poteſt; eſt hæc ad altitudinem ad quam in fluido corpus, dum ſolâ gravi-
tate reſpectiva retardatur, adſcendit, ut gravitas hæc reſpectiva eſt ad pon-
* 506. s. dus integrum *.

Eſt vero altitudo hæc ultima, ad altitudinem ad quam adſcendit corpus
* 533. s. dum gravitate reſpectiva & cohæſione retardatur, quæ altitudo etiam datur *,
ut retardatio ex his ambabus cauſis ad retardationem ex ſola gravitate reſpe-
* 506. s. ctiva *.

535. Idcirco dividendo; *ut differentia harum altitudinum ad ultimam, ita retar-*
datio ex cohæſione ad retardationem ex gravitate reſpectiva & in eadem ratione
altitudo dum ſola gravitas reſpectiva retardat ad ſpatium in quo ſola cohæ-
* 506. s. ſione motus perit *.

536. 5. Tandem, *data velocitate, detegimus ſpatium, in quo corpus in motu hori-*
zontali, dum cohæſione & inertiâ retardatur, motum amitteret.

Datur in præcedenti computatione ratio inter retardationem ex cohæſio-
* 535. s. ne & retardationem ex gravitate reſpectiva *. Datur altitudo a qua caden-
do corpus acquirit velocitatem, qua ſi agitaretur, retardatio ex inertia æqua-
lis eſſet retardationi ex pondere reſpectivo *. Altitudo autem hæc ſe habet
* 438. s. 514. s. ad altitudinem, à qua cadendo corpus acquirit velocitatem de qua agitur,
ut retardatio ex inertia, quando retardationi ex pondere reſpectivo æqua-
lis eſt, ad retardationem ex inertia in velocitate data quam examinamus,
id eſt altitudines ſunt ut retardationes; nam hæ & illæ ſunt ut quadrata ve-
* 231. 464. s. locitatum *.

Ra-

Ratio retardationis ex cohæſione, quæ æquabilis eſt *, ad retardationem ex *460. ſ.
inertia, in velocitate data, eſt compoſita ex ratione retardationis primæ ad
retardationem ex pondere reſpectivo, & ratione retardationis hujus ad ſe-
cundam. Vidimus rationes componentes dari, datur ergo & compoſita, id TA. XXXVIII.
eſt ſi hoc applicemus ad demonſtrata in ſcholio præcedenti *, datur ratio fig. 4.
A B ad B I; unde deducitur ratio B I ad P R*; qua data detegitur B P * * 522. ſ. 523. ſ.
ſpatium quæſitum. * 524. ſ. 525. ſ.

Corpus fluido ſpecifice levius, eodem modo in hoc ſurſum fertur, ac gra- *518. ſ.
vius fundum petit; quare demonſtrata in hoc ſcholio, ad corpora fluidis ſpe- 537.
cifice leviora, & in his motu impreſſo deſcendentia referri debent.

SCHOLIUM. 7.

De Corporibus in Fluidis cadentibus.

Corpus quod in fluido ſponte cadit, continuo æquabiliter acceleratur, dum re-* 538.
*ſiſtentiam patitur, quæ eſt ut quadratum velocitatis *.* *129. 460. ſ.

Quæ motum hunc ſpectant etiam parabolâ, & logarithmicâ exhiben- *464. ſ.
tur.

Sit Q A R logarithmicæ B D H aſymtos; ordinata hujus curvæ ad Aſymto- 539.
ton perpendicularis A B; quæ etiam eſt axis parabolæ B F Q, cujus para- TA. XXXVII.
metrum ponimus A B. fig. 5.

Si A R repræſentat ſpatium cadendo percurſum, poſito in A puncto ex
quo corpus dimittitur, determinatur velocitas in puncto quocunque ut C,
ductâ C D ad A B parallelâ, & per D ad R A Q parallelâ D E F, velocitatem
quæſitam deſignabit parabolæ ordinata E F, dum A Q velocitatem maxi-
mam exprimit, ad quam corpus non pertingit, niſi poſt percurſum ſpatium
A R in infinitum productum.

Hæc patebunt ſi, ſumtis ad libitum ſpatiolis æqualibus, infinite exiguis,
C *c*, G *g*, demonſtremus augmenta velocitatum, quæ hìc *f* L & *k* M expri-
munt, eſſe inter ſe inverſè ut lineæ F E & K I, quas velocitates exprimere
dicimus, ſublatis partibus quæ ſunt ut ipſæ hæ lineæ F E & K I *. * 500. ſ. 502. ſ. 538. ſ.

$$fL,\ kM :: \frac{Ee}{FE}, \frac{Ii}{KI}{}^{*} :: \frac{CD}{FE} = \frac{BA}{FE} - \frac{BE}{FE}, \frac{GH}{KI} = \frac{BA}{KI} - \frac{BI}{KI}{}^{*}$$ *505. ſ. *492. ſ.

Sed $BE \times BA = FE \times FE$*; ergo $\frac{BE}{FE} = \frac{FE}{BA}$. Eodem modo $\frac{BI}{KI}$ * la Hire ſect. con. lib. 3. prop. 2.
$= \frac{KI}{BA}$. Idcirco

$$fL,\ kM :: \frac{BA}{FE} - \frac{FE}{BA}, \frac{BA}{KI} - \frac{KI}{BA}$$

Quod demonſtrandum erat.

Ut figurâ hac in computatione utamur, velocitas maxima ad quam corpus 540.
pertingere poteſt, & quæ Q A repræſentatur, determinanda eſt:

Quærimus igitur velocitatem, qua conceſſa, retardatio ex ſecunda cauſa

accelerationi, ex pondere reſpectivo, demta retardatione ex prima cauſa, æqualis eſt; hæc enim eſt uniformis acceleratio quæ retardatione ex ſecun-
*477.s da cauſa deſtruenda eſt, ut acceleratio ceſſet *.

Hic iterum experimento indigemus; detur idcirco altitudo, ad quam in fluido corpus data velocitate quacunque adſcendit; ex hac notâ, elicimus rationem inter accelerationem ex pondere reſpectivo & retardationem ex cohæſio-
*535.s ne *; idcoque rationem accelerationis hujus ad hanc ipſam, demtâ retardatione ex cohæſione: eſt quæ hæc ratio ipſa quæ datur inter altitudinem, a qua corpus in vacuo cadendo acquirit velocitatem, quæ dat reſiſtentiam ponderi
*458.s. 459.s reſpectivo æqualem, quæ altitudo datur *, & altitudinem a qua corpus in va-
*131.464.s cuo cadendo acquirit velocitatem quæſitam Q A *.

541. Hac autem detecta altitudine, detegimus etiam aliam a qua nempe corpus in fluido cadendo, ſepoſitâ reſiſtentiâ ex ſecunda cauſa, hanc eandem velocitatem Q A acquireret; eſt enim altitudo in vacuo ad altitudinem in fluido, ut retardatio ex pondere reſpectivo, dempta retardatione ex cohæſione par-
*506.s tium, ad retardationem ex integro pondere *. Concipiamus hanc altitudinem repræſentari lineâ B A, *b* O deſignabit velocitatem, eodem modo cadendo ab
*504.s altitudine B *b* acquiſitam *.

542. Præterea debemus determinare ſpatium, notâ quâdam portione rectæ A R, deſignatum; quod fiet ſi ad hoc attendamus; in principio caſus corpus accelerari pondere reſpectivo demta retardatione ex prima cauſa, quia hæc acceleratio æquabilis eſt, non autem retardari ex ſecunda cauſa quia velocitas nulla eſt; ideoque velocitatem *b* O, in primo momento infinito exiguo, cadendo ab altitudine, quæ A *a* repræſentatur, acquiri ut in motu indicato, cadendo per B *b*; repræſentantque idcirco B *b* & A *a*, in his lineis diverſis, ſpatia æqualia: ſed eſt B *b* ad A *a*, aut *b* N, ut B A ad A P, logarihtmicæ ſubtangentem; deſignant ergo etiam B A & A P ſpatia æqualia; ſpatiumque ſub-
543. tangente repræſentatum eſt *altitudo à qua corpus in fluido cadendo, ſepoſita reſiſtentià ex inertia, velocitatem maximam acquirere poteſt.*

Ubi nunc tabulis utendum eſt, patet, altitudinem hanc ſe habere *ad altitudinem*
*496.s *quamcunque datam*, A G, *ut ſubtangens tabularum* 0,43429,54819. * *ad numerum in*
544. *tabulis qui altitudinem datam exprimit. Numerus hicce eſt logarithmus rationis* B A & G H, quæ ergo ratio datur; quare etiam datur ratio A B & B I, quæ
* la Hire ſect. con. lib. 3 prop. 1. eſt ratio *quadratorum* velocitatum A Q & I K *; id eſt *velocitatis maximæ, & velocitatis, quam corpus in fluido revera acquirit, cadendo ab altitudine data* A G *.

SCHOLIUM 8.

Illuſtratio quorundam quæ ad Retardationem ſpectant.

VAria circa retardationes illuſtranda ſunt, quæ dum ex ante demonſtratis ſequuntur, non tamen bene inter ſe, aut cum ante demonſtratis, convenire videntur, ſaltem primo intuitu; quos ut removeam ſcrupulos, & ipſis ſublatis, magis, mutuâ omnium partium convenientiâ, confirmentur & virium & retardationum Theoriæ, ſcholium hoc reliquis addere neceſſarium duxi.

Scrupulus primus ſpectat quod diximus in n. 498.s. Retardationem & Accelerationem in ſingulis momentis infinite exiguis eſſe æquabiles; difficultas au-

autem datur reſpectu accelerationis, & ſpectat convenientiam hujus propoſitionis cum demonſtratis de viribus inſitis.

Concipiamus corpus quieſcens in fluido agitato; hoc illi in momento primo infinite exiguo velocitatem infinite exiguam communicat: Dividatur momentum in duas partes æquales, in ſingulis partibus æqualis communicatur velocitas, propter accelerationem æquabilem; id eſt in prima parte unicus gradus infinite exiguus vis, & in ſecunda tres ſimiles gradus communicantur corpori *, licet actio reſpectiva non aucta fuerit, quod impoſſibile videtur. 545. *169.

Ut hunc tollamus ſcrupulum diſtinguendum dicimus inter actiones abſolutas & actiones reſpectivas. Dum has conſideramus in caſu de quo agitur, æquales ſunt gradus velocitatis, qui in partibus æqualibus momenti infinite exigui, communicantur propter non ſenſibiliter mutatam actionem reſpectivam; etiam, ad motus reſpectivos attendendo, non major vis in ſecunda parte quàm in prima ipſius momenti, corpori imprimitur: corpus cui ſuperadditur gradus unus velocitatis, unicum gradum vis acquirit in nave, in qua corpus quieſcebat, quacunque velocitate hæc feratur. 546.

In examine autem actionum abſolutarum non tantum actiones reſpectivæ, ſed & abſolutæ conſiderandæ veniunt, & ex ante demonſtratis de colliſionibus evidentiſſime ſequitur: corpus quodcunque A, velocitate *a* motum, in corpus B incurrens, majorem huic communicare vim, ſi B ad eandem partem cum A feratur, quàm ſi quieſceret; licet velocitas reſpectiva in illo caſu minor ſit, ſi modo velocitas corporis B certum limitem non excedat. Diverſa enim eſt actio in corpus pro diverſa vi, qua jam gaudet, & impoſſibile ſi videatur, corpus idem, eodem modo motum, in idem corpus incurrens, majorem huic communicare vim in certo caſu in quo velocitas reſpectiva eſt minor, ad non bene intellectam virium theoriam illud referendum eſt; quod enim experimentis immediatè probatur, ad impoſſibilia minime referri poſſe clarum eſt. 547.

Sit corpus A, quòd, velocitate 6., in corpus æquale B, quieſcens, directè incurrit, pono corpora non elaſtica, acquirit B velocitatem tria *, id eſt vim quæ formando in argilla cavitates deſtrui poteſt; ponamus hanc conſumi formando cavitates novem. *240.

Incurrat iterum corpus hoc idem A, velocitate 6. motum, in idem corpus B, ad eandem partem velocitate 2. translatum, habebit B poſt ictum velocitatem 4. *. *234.

Ante ictum corpus B habuit capacitatem formandi quatuor cavitates, quales memoravimus, poſt ictum habet vim qua ſedecim tales cavitates poteſt formare; ictu ergo, poſitâ velocitate reſpectivâ 4., acquiſivit vim, qua poteſt formare cavitates duodecim, dum in primo caſu, poſitâ velocitate reſpectivâ 6, tantum acquiſiverit facultatem formandi cavitates tales novem.

Hæc immediate conſtare experimentis in dubium nemo vocabit qui ad illa, quæ de viribus & colliſione ſuperius ſunt memorata, attendit.

In primo caſu, ubi velocitas reſpectiva fuit 6, actio corporis A major eſt quàm in ſecundo caſu, ubi tantum fuit 4.: ſunt autem actiones hæ ut 27. ad 20.; ſed vires communicatæ corpori B non ſunt effectus integri harum actionum. 548.

Cor-

Corpus A ante actionem habet vim qua triginta ſex cavitates, memoratis æquales, formari poſſunt; ſi incurrat in B quod quieſcit, cavitates tales formabit octodecim, & ipſi B communicabit vim, qua novem formari poſſunt, æqualemque vim ipſum ſuperſtitem habebit.

In ſecundo caſu, in incurſu tantum formabit cavitates octo, communicabit vim qua duodecim formari poſſunt, habebitque ſuperſtitem facultatem formandi cavitates ſedecim. Effectus totales, non partiales, cauſis proportionales ſunt.

549. Si agatur de corporibus quæ preſſione tantum agunt in alia, ſine partium introceſſione, ad hoc attendendum generaliter: *motus corporis directionem non poſſe mutari*, *niſi deſtructo primo motu*, *generatoque novo*, quantum nempe motus differunt; nam motus, per diverſas directiones, non pro eodem motu haberi poſſunt, niſi quantum conſpirant.

Quando corpus directionem ſuam mutat, ut in n.243.*s.* corpus premit
in obſtaculum, veramque in hoc exerit actionem, & quidem vi inſitâ agit;
*180.s. quare hæc in ſingulis momentis infinite exiguis minuitur *: Sed obſtaculum
*126. reagit, & cum hoc non cedat, neque vim accipiat, totâ ſuâ reſiſtentiâ novam
corpori obſtaculum communicat vim, quæ ipſi amiſſæ æqualis eſt *; quare ſingulis momentis vis deſtructa inſtauratur, ſervatque corpus velocitatem.

In caſu n.242.*s.* corpora impingentia duos edunt effectus, corpori in quod incurrunt motum communicant & viam flectunt, vimque quam in impactu, intropremendo partes, conſumerent, nunc etiam in actione ſua conſumunt, licet aliam ipſi æqualem lateralem accipiant.

Ratiocinium ſimile ad fluida poſſe applicari, quæ etiam lateralem motum acquirunt, clarum eſt; & ſolam conſiderandam non eſſe actionem reſpectivam ubi de actione abſoluta agitur: integroſque effectus eſſe comparandos ut inter hos cauſarum proportionem detegamus.

550. Scrupulus ſecundus, in hoc ſcholio removendus, ſpectat retardationem
*460.s. ex prima cauſa, quam æquabilem eſſe demonſtravimus *; unde ſequitur ex a-
*411.s. ctione, a cohæſione partium oriunda, quam ſuperius * explicavimus, æquali tempori, æqualem corpori quieſcenti communicari velocitatem, quacunque velocitate fluidum in hoc incurrat *.

Hæc autem convenire non videntur cum ante demonſtratis: vidimus enim corpus, ex actione a partium cohæſione oriunda, quando in loco re-
*404.s. 418.s. tinetur, pati preſſionem, quæ ad inſtar velocitatis augetur *, & circa preſſionem in genere demonſtravimus, hanc corpori quieſcenti, in momento determinato, infinite exiguo, communicare velocitatem, quæ ipſius preſſionis ra-
*39.s. 124. tionem ſequitur *.

551. Fundamentum ratiocinii, quo hanc tolli credimus difficultatem ſuperius
*455.s. indicavimus *, ipſum nunc ratiocinium clarius explicandum.

Diximus diſtinguendum inter preſſionem quæ immediate corpus transfert & preſſionem quæ non immediate corpus transfert. De prima agitur in n. 39.*s.* & ipſius demonſtratio non poteſt applicari ad caſum, in quo preſſio quæ ſeparat particulas, ita agit, ut & eodem tempore obſtaculum transferre debeat.

Hæc actiones toto cœlo diſtinctas exerit, pro ut in obſtacula immobilia aut mobilia, majora, aut minora, agit. Ut autem quæ hoc genus preſſionum ſpectant determinemus, quæ ſequuntur conſideranda erunt.

Actio fluidi in corpus, ex cohæſione partium oriunda, analoga & ſimilis eſt

eſt actioni, quam corpora ut A, B, filo juncta, in corpus C exerunt, dum ad latera hujus tranſeunt, filumque, actione ſua in C, frangunt *. TA. XXXVII. fig. 6.

Corpora A & B, quamdiu partes fili cohærent, premunt in C, filo fracto ceſſat preſſio, ſed ſi ſtatim, eodem modo, alia duo ſimilia D & F, premant, & poſt hæc G & H, &c. dabitur preſſio, quæ a preſſione fluidi ex cohæſione oriunda non differt, ſatis ergo erit demonſtrare, motis hiſce corporibus, æquali tempore, æqualem corpori C communicari velocitatem, quacunque velocitate ferantur corpora A, B, D, E, F, G, &c, quæ æqualia ponimus, & æquali velocitate mota. Ipſa autem in obſtaculum immobile exerere preſſionem quæ ſequitur rationem velocitatis qua feruntur. *411.

Corpus omne quod quieſcit aut cujus velocitas datur, eo magis reſiſtit quo celerius acceleratur; dum enim determinatum gradum velocitatis acquirit, determinatus gradus vis ipſi communicatur, propter primam datam velocitatem; dum autem gradum determinatum vis acquirit determinatam exerit reſiſtentiam *: hæc idcirco eadem eſt ſive lentius ſive velocius gradus hicce vis communicetur, conſiderando nempe totalem reſiſtentiam. Eâdem de cauſa, reſiſtentia inſtantanea eo major eſt, quo celerius corpus acceleratur, totalis enim reſiſtentia ſequitur proportionem reſiſtentiæ inſtantaneæ, & temporis per quod duravit, ſi ergo hoc minuatur illa augenda erit, ut totalis reſiſtentia ſervetur: tempus vero minuitur in ratione in qua ipſa acceleratio augetur, creſcitque cum ipſa acceleratione inſtantanea reſiſtentia, ſi totalis reſiſtentia determinata ſit. 552. *126.

Quando acceleratio æquabilis eſt, reſiſtit corpus in ratione velocitatis quam habet *. *164.

Generaliter ergo *corporis, quod acceleratur, inſtantanea reſiſtentia eſt in ratione compoſita velocitatis quam habet, & ipſius accelerationis.* 553.

Si ergo *detur reſiſtentia inſtantanea, velocitas corporis eſt inverſè, ut acceleratio.* 554.

Propoſitio hæc ad caſum de quo agitur applicanda nunc eſt.

Corpora A & B in corpus C agunt, donec hujus inſtantanea reſiſtentia, quæ ſola cum preſſione contrariè agere poteſt, æqualis ſit ipſi preſſioni qua fili partes cohærent; acceleratio eo uſque durat; ſed ubi hæc datur, æqualitas, ceſſat actio, & filum frangitur; &, ſive celerius ſive lentius moveantur corpora A & B, conſtans in corpore C inſtantanea reſiſtentia deſideratur, ut filum frangatur. Sed quo velocius A & B moventur, eo major eſt acceleratio, dum hæc protrahunt corpus C; eo ergo minor velocitas ipſi C communicata eſt, dum frangitur filum *. Si ex. gr. tripla ſit velocitas corporum A & B in uno caſu quàm in alio, dum in utroque C quieſcit, quia in caſu primo tripla eſt acceleratio tertia pars velocitatis tantum corpori C communicatur, dum durat actio corporum in C. Si hic gradus velocitatis fuerit exiguus, ut actio reſpectiva ſequentium corporum D & E non ſenſibiliter differat, hæc æqualem gradum velocitatis communicabunt, & niſi poſt tria fila confracta habebit C velocitatem, quam habet, dum unicum diſrumpitur filum in ſecundo caſu. Sed dum in ſecundo caſu ſola corpora A & B juxta C tranſeunt, in primo tranſeunt, A, B, & D, E, ut & F, G; id eſt tria fila in primo caſu franguntur, dum unicum in ſecundo dilaceratur, & æqualibus temporibus memoratæ æquales communicantur velocitates. Q. D. E. 555. *554.

Res vulgo nota eſt corpori, quod filo protrahitur eo minorem communicari velocitatem, dum filum frangitur, quo celerius hoc trahitur; hac de cauſa 556.

ſi lente corpus accelctetur, ipſi magna poterit communicari velocitas, licet tenui filo trahatur.

557. Quando corpora A & B, frangendo filum, vim communicant corpori C, ex viribus amittunt, quantum communicant, & quantum deſideratur, ad filum dilacerandum; eo ergo minus ex vi amittunt quo celerius moventur.

Si ex loco cedere nequeat obſtaculum C, unicus eſt effectus actionis corporum A & B, & ex vi tantum amittunt, quantum deſideratur ad filum frangendum, actioque, quam patitur illud quod retinet C in loco, eadem eſt pro ſingulis filis quæ franguntur. In præcedenti caſu, quo lentius moventur corpora A & B, eo diutius agunt antequam C reſiſtat quantum requiritur, ut filum dilaceretur; in hoc autem caſu, ubi filum accedit ſtatim hæc datur reſiſtentia: Quare in hoc caſu actio quam patitur C ſequitur rationem filorum determinato tempore fractorum, id eſt velocitatis corporum. Quod etiam demonſtrandum erat.

558. Quid analogum cum iis quæ ſuperius * explicavimus, obſervamus in col-
*555. liſione corporum; corpora duo inæqualia corporibus duobus æqualibus quieſcentibus, in colliſione directa, communicant velocitates, quæ ſunt inverſè ut velocitates corporum impingentium, ſi introceſſiones partium fuerint æquales, ponendo partes æquè facile in utraque colliſione cedere.

Introceſſiones autem partium ſunt ut ipſæ velocitates corporum impingentium, ſi hæc æquales communicent corporibus quieſcentibus velocitates.

*231, 186, 240. Ut hæc ſequuntur ex ante demonſtratis *; & directis experimentis poſſunt evinci.

Cap. XIII. *De Aëris Elaſticitate.*

Pag. 157. lin. 13. Quo uſque &c. dele hæc uſque ad lin. 29. pag. ſeq. Et in fine Cap. pag. 160. adde

De quibuſdam aliis Fluidis Elaſticis.

559. VAria dantur Fluida, in quibus circa aërem memoratam detegimus proprietatem, Elaſticitatem.

Inter hæc vapor notabilem occupat locum, de hoc agimus in libro 3. capite 4.

560. *Fermentationibus, & efferveſcentiis, ex corporibus fluida exeunt elaſtica*, diverſa pro corporum differentia.

561. *Ex innumeris corporibus tale exit fluidum ubi preſſio aëris externi minuitur aut tollitur.*

562. *Quod etiam in quibuſdam obſervatur, ubi tantum madefacta ſunt.*

Fluida hæc omnia quantumvis diverſa inter ſe, eodem no-

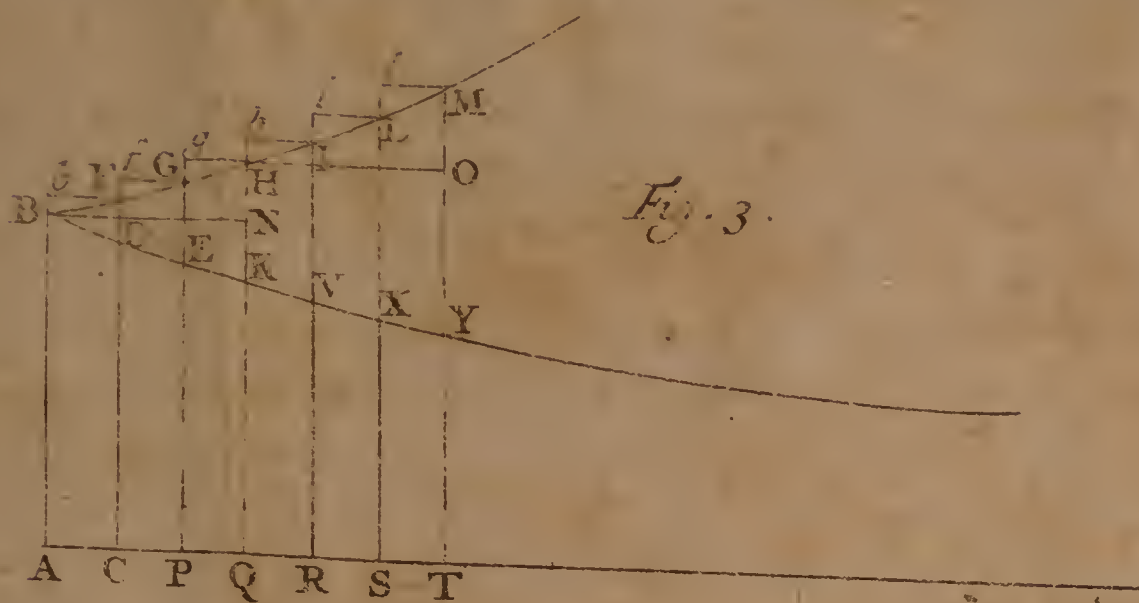


Fig. 3.

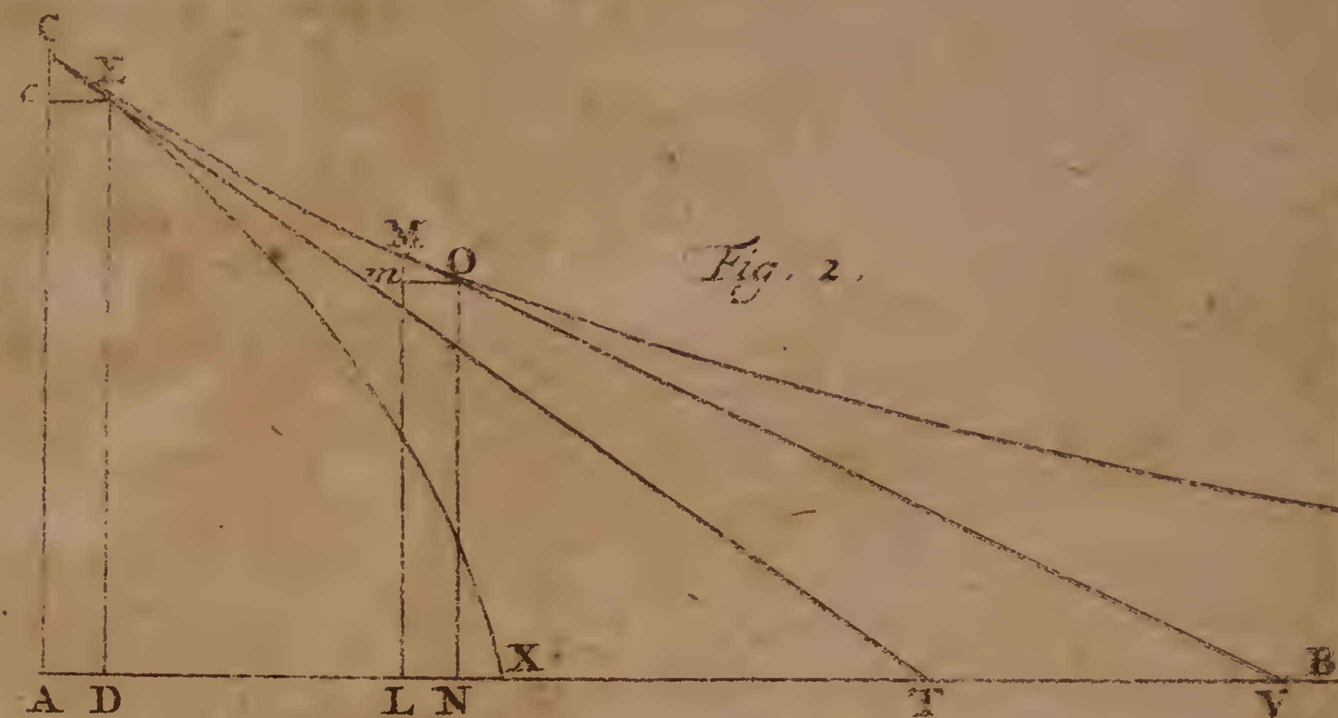


Fig. 2.

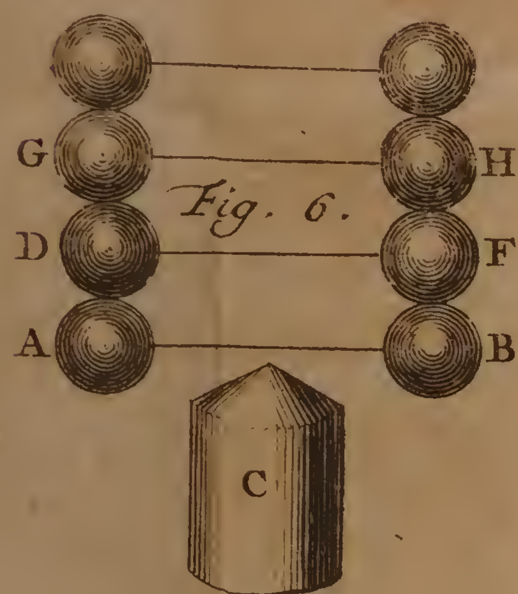


Fig. 6.

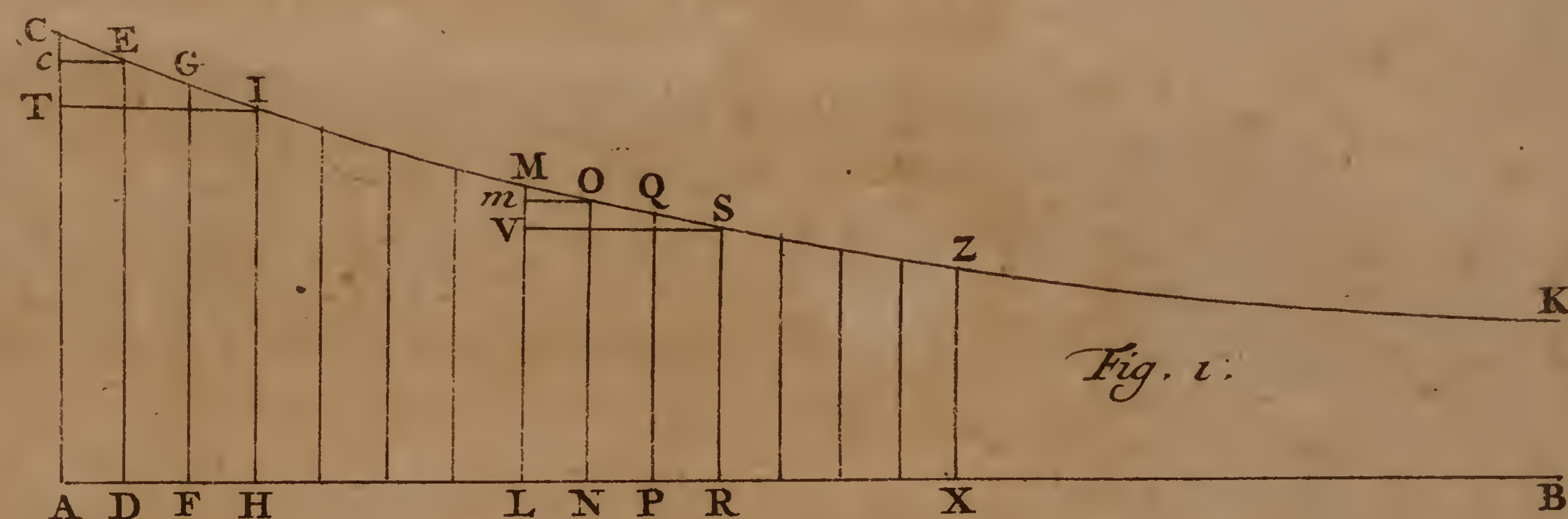


Fig. 1.

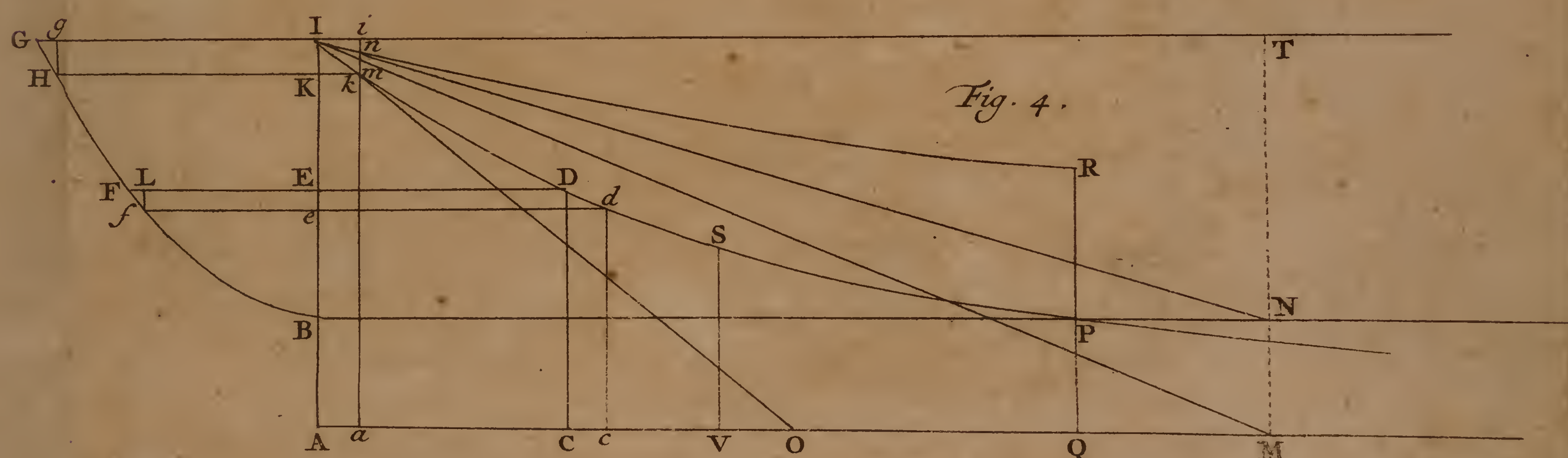


Fig. 4.

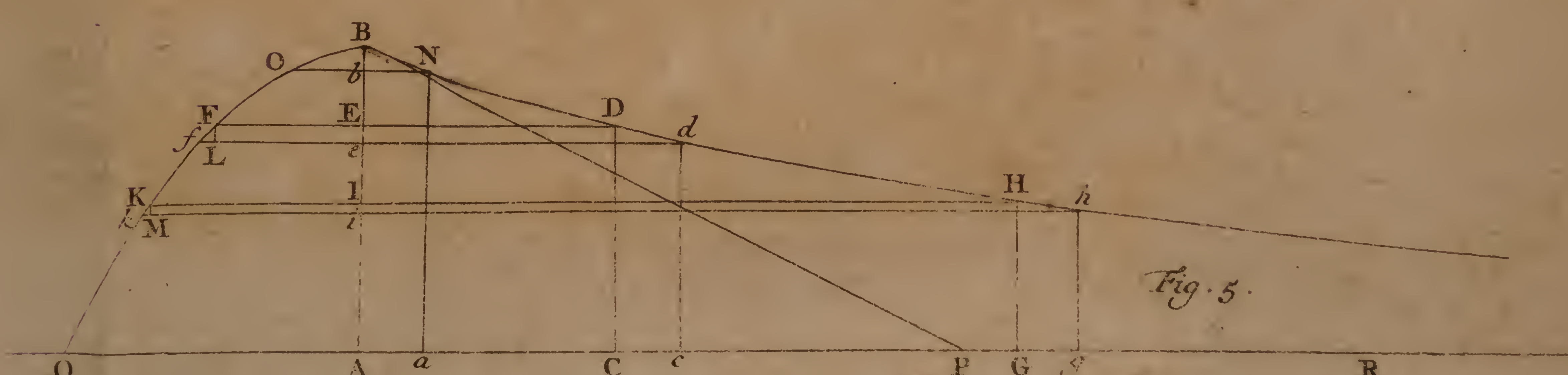


Fig. 5.

nomine aëris, ſi forte vaporem excipiamus, deſignantur plerumque. Cum vero *aër* ſit fluidum hoc, *quo Telluris* 563.
tota ſuperficies obtegitur, hic proprie loquendo *eſt mixtum ex variis fluidis elaſticis, in quo natant corpuſcula inumera varii generis.*

Corpuſcula hæc pro diverſa gravitate ſpecifica ad varias adſcendunt altitudines *. Etiam diverſorum corporum * 293. 294.
exhalationes, quæ fluida ſunt elaſtica, ad diverſas elevantur altitudines: Unde deducimus, *aërem in loco elevato non* 564.
tantum denſitate differre cum aëre inferiori.

Fluida elaſtica diverſa diverſas proprietates habere, in 565.
dubium non facile vocari poteſt, quod etiam experimentis conſtat; effectus enim diverſarum exhalationum differunt inter ſe.

Dum fluida elaſtica in corporibus hærent, ad fluida ela- 566.
ſtica non magis *referri poſſunt*, quàm aqua, antequam in vaporem convertatur, pro vapore haberi poteſt,

Spatium autem occupatum, a materia elaſtica, dum in ipſis corporibus hæret, exiguum admodum eſt collatum cum ſpatio quod occupat, dum elaſticitatem exerit, præcipue ſi parum comprimatur.

Aqua, dum ſe in vaporem convertit, licet hic a ponde- 567.
re totius atmoſphæræ comprimatur, ad minimum decies & quater millies ſeſe expandit, in ipſis illis locis ex quibus aërem excludit; hanc autem expanſionem in immenſum poſſe augeri, ſublata atmoſphæræ preſſione, quis non videt?

Aqua fluidum continet Elaſticum, quod calore, frigore, 568.
aut ſublata aëris preſſione ex hac ſeparatur, hancque admodum ſubitaneam obſervamus ſeparationem, ſi ſubito omnis preſſio tollatur.

EXPERIMENTUM I.

Vas vitreum A B exactiſſimè aqua repletur; in extremi- 569.
tate B cum ipſo cohæret cylindrus æneus, ut, ope cochleæ, TAB. XXVI. fig. 6.
ipſi jungatur antlia, quæ in fig. 6, Tab 29. exhibetur.

Dum antliæ embolus extrahitur, aqua gravitate in antliam deſcendit, locuſque in ſuperiori vaſis parte aquâ & aëre vacuus datur. Statim etiam ubique in aquâ innumeræ bullæ fluidi elaſtici, eodem momento, ſeſe demonſtrant, totaque aqua hiſce bullis albeſcit.

570. *Fluidum hoc elaſticum ab aëre, quo Telluris ſuperficies obtegitur, differt*, licet magnâ copiâ in aëre detur.

EXPERIMENTUM 2.

571. Si phiala repleatur aquâ, ex qua igne, aut aliter, omne fluidum elaſticum fuit expulſum, &, relictâ exiguâ aëris bullâ, invertatur phiala, aperturaque immergatur aquâ, vaſe quocunque contentâ, bulla hæc aërea, in tempore aliquot dies, tota intrabit in aquam, & ſucceſſive eodem modo variæ bullæ aquam intrant. Sed reſpectu ſingularum hoc obſervandum, primo die partem multo majorem bullæ quam diebus ſequentibus intrare.

572. Ex hoc Experimento ſequitur dari partem aëris, quæ facilius in aquam intrat, ibique hæret, quàm reliquum aëris.

Unde ſequitur, dum aqua aëri aperto expoſita eſt, in ipſam majorem copiam penetrare illius materiæ, quæ facilius intrat, & aërem, qui intravit, ab ipſo aëre externo differre. Obſervamus etiam ſæpe magis hocce fluidum imminuta preſſione ſeſe dilatare quàm juxta regulam n.429. Hujus autem fluidi expanſio immenſa eſt.

573. Memorat Mariotte experimentum de dilatatione hujus materiæ elaſticæ, quo conſtat, materiam hanc, quæ calore ex aqua fuerat expulſa, ubi refrigerata erat, & pondus totius atmoſphæræ ſuſtinebat, occupaſſe ſpatium decuplum ſpatii ab ipſa aqua, qua contenta fuerat, occupati.

Conſtat etiam nunquam experimentis diminutionem voluminis aquæ, dum materia elaſtica ex hac exit, obſervari potuiſſe.

Tandem aliud memorat Mariotte experimentum, in quo materia elaſtica, quæ aqua fuerat contenta, quatuor millies, ſub-

ſublata preſſione, magis expanſa fuit, quàm ubi preſſionem atmoſphæræ ſuſtinuit.

Collatis hiſce quis non videt, *ſpatium ab hac materia*, in ultimùm memorato experimento, *occupatum, ad minimum, variis vicibus, centum millies ſuperaſſe ſpatium, quod ipſa in aqua occupabat.* 574.

Ex quibus deducimus, *fluidorum elaſticorum particulas* non eſſe ejuſdem naturæ cum cæteris corporibus elaſticis, nam non poſſunt particulæ ſingulæ centum millies, & quod excedit, ſeſe expandere ſervata ſuperficie, omni inæqualitate, aut angulo, experta; in omni enim expanſione partes facile moventur inter ſe: unde ſequitur particulas *ſeſe mutuo non tangere, quamvis ſeſe invicem repellant*, qualem particularum proprietatem ſuperius jam memoravimus *. 575. *40.

Cap. XIV. *De Antlia Pneumatica.*

Pag. 161. & ſeq. pro Antliæ deſcriptione, quæ habetur in n. 437. ſubſtitue ſequentem.

MACHINA PNEUMATICA.

Antlia, ex theca extracta, a parte poſtica, delineatur in fig. 1. Tab. 40.*s*. 576.

Conſtat antlia duobus cylindris, *A*, B; in utroque movetur embolus, cujus partes ſeparatæ exhibentur in C,D,E,F, (fig. 2. Tab. 40.*s*).

Partes E, F, cochleâ junguntur, & inter ipſas firmatur annulus coriaceus, qui ab omni parte prominet, & qui, dum embolus cylindro intruditur, ſeſe ſuperficiei *e e*. applicat. Methodus hæc in Anglia in uſu eſt. Corium hocce in oleo & aqua macerari debet, ut monuimus in n. 28. TAB XL. fig. 2.

Embolis, quando antliis intruduntur, aqua ſuperinfunditur, cujus aliquando, exſiccatis paululum coriis, pars quædam in antlias deſcendit, quod tamen experimenta turbare non poteſt; in quo caſu emboli extrahendi ſunt & per aliquot horas in aqua relinquendi, oleoque probe eliniri debent.

Cauda C emboli, ut fere in omnibus antliis, dentata eſt;

 hu-

hujus extremitas inferior *cc* cylindricâ eſt, & cochleâ terminatur. Tranſmittitur cylindrica pars hæc per cavitatem cylindricam in prominentia *f* emboli; cujus cavitatis diameter parum tantum ſuperat cylindri *c c* diametrum. Cum hoc conjungitur nunc conus truncatus D, qui cochleam fæminam continet, & firmatur hic transverſâ cochleâ *g*: poteſtque cauda C elevari & deprimi per ſpatium trium partium quartarum pollicis, ipſo embolo immoto manente.

TAB. XL. fig. 1. Emboli ambo moventur agitatione rotæ R, cujus motus, dum it & redit, parum deficit à tertiâ circuli parte.

Vaſa exhaurienda laminæ L L (Tab. 27. fig. 1.) imponuntur, & hæc per tubum D communicationem habent cum antliis. Datur enim infra laminam L L, cavitas, quæ tubo E E reſpondet, in quo duo dantur epiſtomia, inter quæ cum tubo hoc conjungitur tubus O O, qui infra laminam, cui antliæ imponuntur, cum his communicatur.

Antliæ ſingulæ epiſtomium infra fundum ſuum habent, horum caudæ videntur in G, G, quæ regulis æneis ad ſe invicem applicatis junguntur ita, ut motu harum regularum epiſtomia ambo eodem tempore moveantur. Inter regulas, in medio longitudinis, rotula ænea datur T. Cum axe rotæ R a poſtica parte jungitur crux ferrea H K N M, qua epiſtomia hæc agitantur

In ſitu in quo partes machinæ in hac figura repræſentantur, antlia B cum vaſe exhauriendo communicationem habet, antlia A cum aëre externo; & deprimendo hujus antliæ embolum omnis aër ex hac ejicitur, & interea magis elevatur embolus alter.

Ubi verò embolus fundo antliæ A applicatur, extremitas N crucis ad *n* pertingit, in quo motu ſuper rotulâ T tranſit, hancque in motu radit; Eo autem momento quo N tranſit ſuper T, clavus, aut cylindrus, ferreus K, ad vectem C F, ferreum, incurvatum, circa P mobilem, in *b* accedit; huncque premit in motu puncti N à T ad *n*.

Rotatur interea vectis circa centrum P, & extremitas F in

in rotulam T premit, hancque elevat; quo ſitus epiſtomiorum paululum quidem mutatur, non tamen memoratæ communicationes antliæ B cum vaſe exhauriendo, & A cum aëre externo, obturantur.

Motus rotæ nunc in contrariam partem dirigendus eſt. Ubi in reditu punctum N ab *n* ad T pervenit, quia rotula elevata fuit, in hanc incurrit crucis extremum, trochleamque propellit, donec converſione epiſtomiorum G, G, ita deprimatur, ut ſuper hac tranſeat N.

In hac epiſtomiorum converſione, G, G, arcus deſcribunt, qui paululum tantum excedunt gradus nonaginta; clauditurque communicatio antliæ B cum vaſe, & nova cum aëre externo reſeratur; contrarium reſpectu antliæ A locum habet.

Durante hac epiſtomiorum agitatione, elevatur quidem Q, ſed embolus ipſe fundo antliæ A applicatus manet; quod deſideratur ne aër externus iterum in antliam intret, & quod quomodo fiat in deſcriptione embolorum diximus.

Si nunc motus rotæ continuetur, elevatur embolus antliæ A, quæ cum vaſe exhauriendo communicationem habet, & ex antlia B aër ejicitur, extremitasque M crucis ſuper rotula T tranſit, clavuſque K in vectem S premit, & quæ in motu contrario fuere explicata, in hoc caſu eodem modo, obtinent.

Rota agitatur manubrio M M, cujus longitudo eſt circiter duorum pedum, & quod in ſitu datur horizontali, dum pars H K crucis eſt verticalis. TAB. XXVII. fig. 2.

Quando in hac agitatione contingit, majorem dari reſiſtentiam, ubi epiſtomia moventur, quàm in reliquo motu, indicium hoc eſt, oleo & cerâ eliniri debere epiſtomia; quod in tempeſtate calidiori repeti debet, ubi per tres aut quatuor horas machina in continuo fuit motu.

Quod ſpectat epiſtomia E, E, (Tab. 27. fig. 1.) ſuperius memorata, uno, communicatio, exhauſto aëre, clauditur inter vas exhau-

hauſtum & cylindros; altero, aër de novo vaſe intromittitur, & cummunicatio impeditur cum indice mercuriali.

Cap. XV. *Experimenta varia circa Aëris Gravitatem & hujus Elaſticitatem.*

Pag. 167. poſt. lin. 18. adde

INdice mercuriali denſitas aëris determinatur. Eſt index hic tubus vitreus, admodum anguſtus, qui cohæret cum fruſto æneo, quod cochleis inter epiſtomia Machinæ & Antliæ aptatur. Dum aër in Machina comprimitur, mercurius in tubo comprimit aërem in poſtica tubi parte, & hæc compreſſio, quæ æqualis eſt compreſſioni in vaſe, facile menſuratur.

Vitreâ Machinâ utendum dixi; ſed cùm mihi bis contigerit, in experimentis confractum fuiſſe tale vitrum, cupreâ machinâ nunc utor.

Cap. XVII. *De Aëris motu Undulatorio, ubi de ſono.*

Pag. 176. poſt lin. 15, adde

577. ET *diviſo tempore, in quo unda latitudinem percurrit, in tot partes quot particulæ dantur in ipſa latitudine, particula unaquæque in eo ſitu datur, in quo momento præcedenti fuit particula ſequens,* quæ per unum momentum tale diutius fuit in motu.

Pag. 180. poſt lin. 32. adde

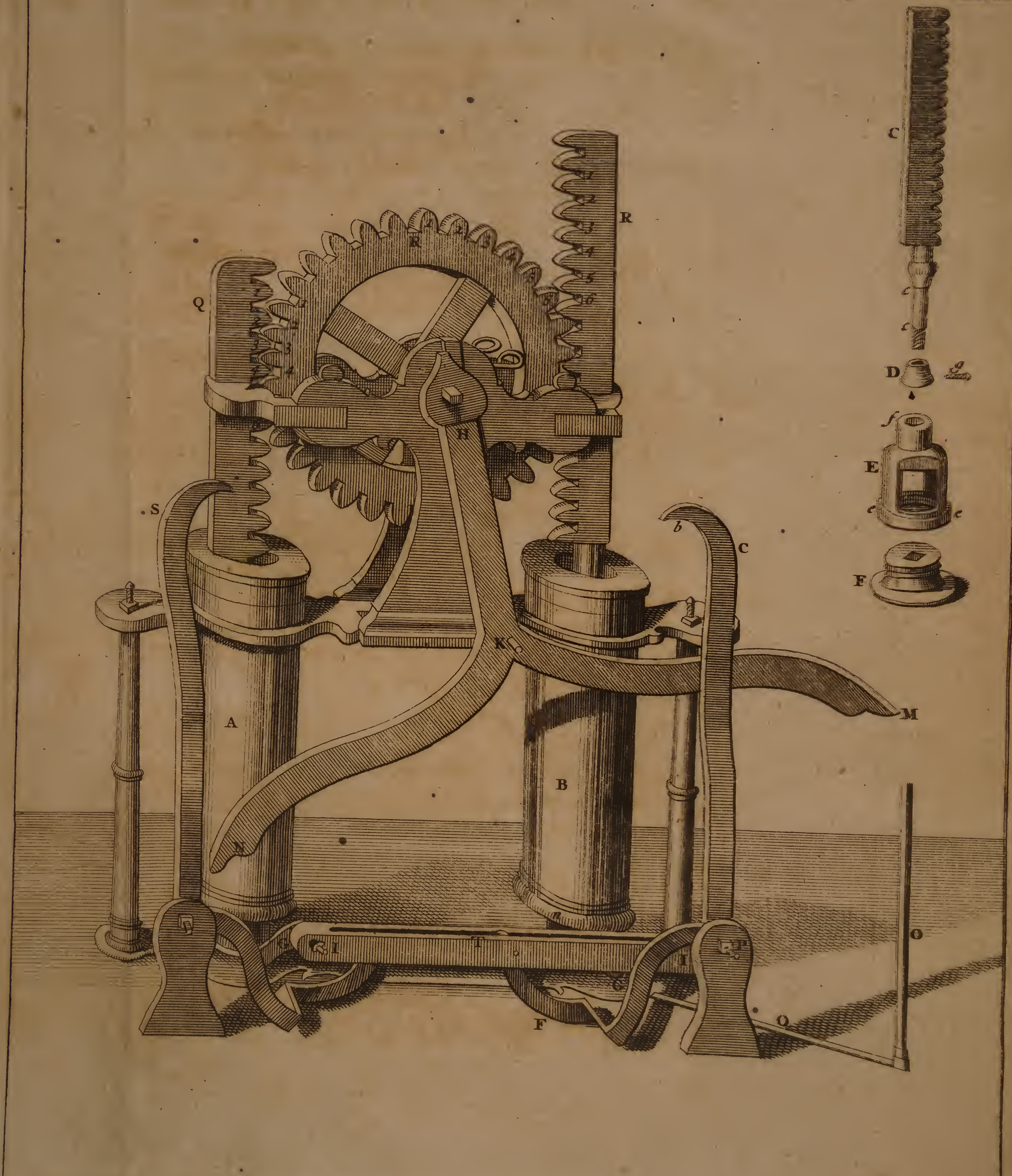
578. *Conſideravimus* autem *particulas aëreas, quaſi eſſent puncta, & celeritates, quæ in hac hypotheſi deteguntur, augendæ ſunt pro ratione quam habet materia ad interſtitia, ut veræ detegantur velocitates.*

579. Quare *quamdiu idem aër ſuam ſervat denſitatem, eandem cum ipſa velocitate rationem ſequitur hujus augmentum.*

580. *Si* vero *denſitas mutetur, augmentum* non modo *ſequitur rationem velocitatis,* ſed & *rationem,* materiæ ad materiam in eadem linea, quæ eſt ratio *radicis cubicæ denſitatis.*

Si

TAB. XL.



Si de diverſo aëre agatur, hæc regula non procedit, nam 581.
ipſæ particulæ, ſervata aëris denſitate, diverſam denſitatem habere poſſunt, & mutabitur ratio diametrorum particularum ad interſtitia.

Pag. 182. poſt lin. 10. adde

Non tamen *immediate ab hoc motu viſibili pendet ſonus*, 582.
ſed ab alio motu tremulo, quo, in motu memorato, particulæ minores afficiuntur.

EXPERIMENTUM.

Lamina ferrea elaſtica A C B, motu tremulo viſibili afficitur, ſi ad ſe invicem applicatis extremitatibus A & B, hæc ſubito relaxentur, non tamen ſonus auditur; ſi autem alio ferro lateraliter percutiatur, quo non motu viſibili tremulo agitatur, ex ipſa ſonus elicitur. 583. TAB. XLVII. fig. 1.

Pag. 182. ante lin. 3. a fine, adde

Ut per ſolida corpora, ſic & *per fluida propagatur ſonus*, 584.
in quo tamen *caſu admodum debilitatur.*

EXPERIMENTUM.

Vitro A includitur campanula C quæ malleis *m,m*, motu rotulæ agitatis, percutitur; rotæque motus elaſterio, illis ſimili, quæ in horologiis portatilibus uſu veniunt, per duo aut tria minuta prima continuatur, vitrum operculo ligneo O obtegitur, & cerâ molli ingreſſus aquæ cohibetur. Vitrum hocce vitro majori B, cujus fundus, ad altitudinem unius aut duorum pollicum, mercurio obtegitur, immittitur, & vitrum B aquâ repletur. Sonus auditur debilitatus tamen. 585. TAB. XLVII. fig. 2.

Nulla autem inter campanam & aërem externum, niſi per fluida, aquam aut mercurium, communicatio datur.

Pag. 184. lin. 3. Intenſitas ſoni &c.

Dele hæc cum ſequentibus uſque ad n. 521. ſervatis tantum Experimentis, quæ ad loca hìc indicata referri debent. Et lege

Intenſitas ſoni pendet ab ictibus aëris in nervum auditorium; & ſunt hi ut vires particulis percutientibus inſitæ. 586.

Vires hæ ſunt ut numeri particularum eodem tempore in tympanum incurrentium, & ut quadrata celeritatum qui-
* 352. bus incurrunt *.

587. *In determinanda ſoni intenſitate, conſideranda* ergo *ſunt, aëris denſitas, ſoni velocitas, ſpatium itu & reditu a particulis percurſum, & numerus undarum certo tempore in aurem incurrentium.*

588. *Cæteris manentibus ſi mutetur* tantum *pondus quo aër comprimitur*, non eo mutabitur ſpatium itu & reditu a particulis percurſum, quod tantum aucta, aut imminuta, agitatione tremula partium corporis variat; neque numerus undarum, hæ etiam a corpore tremulo pendent; non etiam
* 496. mutatur ſoni velocitas *, ſepoſita acceleratione de qua in n. 578. s. locuti ſumus, quæ hîc non conſideranda eſt, quia agitur de velocitate qua ſingulæ particulæ feruntur; ſola ergo variat denſitas, id eſt, ſolus mutatur numerus particularum certo tempore incurrentium, & in hac ratio-
* 586. ne *mutatur ſoni intenſitas* *, id eſt, *in ratione* ipſius denſitatis, quæ *ponderis comprimentis* rationem ſequi-
* 429. tur*.

Augeri intenſitatem experimento conſtat. Vide Exp. 5. pag. 184.

589. *Si cetera maneant, elaſticitas autem augeatur*, in eadem ratione cum aucta elaſticitate minuitur quidem den-
* 289. ſitas *, ſed demonſtramus in ſcholio, huic capiti ſubjuncto, *ſoni intenſitatem augeri in ratione quam ſequitur*
590. *radix quadrata elaſticitatis.* Unde ſequitur *Æſtate, cæteris paribus, ſoni intenſitatem majorem eſſe quàm Hieme.* Vide Exp. 5. pag. 184.

Pag. 188. in fine cap. adde

EXPERIMENTUM.

591. Loquatur quis ſubmiſſa voce, dum os aperturæ minori
T. XLVII. fig. 3. Tubæ memoratæ applicat, ſi hæc longitudinem habeat quatuor pedum, ſonus ad magnam diſtantiam, & in viciniis admodum auctum, audietur.

SCHO-

SCHOLIUM. I.

Demonſtrationes illorum quæ habentur pag. 177. *paragrapho*, Qua lege &c. *ut & n.* 499.

UT, quæ de lege, cui particulæ, in motu undulatorio, in itu & reditu, ſubjiciuntur, dicta ſunt, pateant, conſiderandum; legem elaſticitatis determinare aëris motum, & vice verſa, ex motu dato, poſſe determinari legem elaſticitatis. 592.

Hac utar ſecundâ methodo, & ponendo, ſingulas particulas, in itu & reditu, agitari, ut corpus quod in cycloïde vibratur, id eſt, ipſas premi vi quæ cum diſtantia a puncto medio ſpatii, itu & reditu percurſi, augetur & minuitur *, demonſtrabo ad hoc requiri illam ipſam legem elaſticitatis, quam in aëre locum habere ante vidimus *: unde conſtabit, particulas aëreas revera moveri juxta legem corporis penduli in cycloïde oſcillati. * 156. 205. * 432.

Detur circulus A F B, cujus circumferentia æqualis ſit latitudini undæ; ſit circulus minor, priori concentricus, G I O L, cujus diameter æqualis ſit ſpatio itu & reditu percurſo a particulis, quod cum exiguum ſit, circulus hic reſpectu alterius ſenſibilem non habet magnitudinem. 593. T. XLVII. fig. 4.

Ponamus circumferentiam circuli minoris repræſentare tempus, in quo unda latitudinem ſuam percurrit, id eſt tempus, in quo particula it & redit *, ideoque bis lineam G O percurrit, juxta legem corporis gravitate in cycloïde moti: ſemicirculus ergo repræſentat tempus, in quo ſemel linea hæc percurritur. * 485.

Sit, in majori circulo, E F diſtantia inter centra duarum particularum vicinarum quieſcentium; ductis ex E & F lineis ad centrum, arcus I *i*, in minori circulo, repræſentabit momentum ex his, de quibus n. 577. *s.* majorem enim circumferentiam latitudini undæ æqualem poſuimus.

Idcirco, ſi particula translata ſit per G H, ſequens particula, quæ per momentum unum diutius fuit agitata, translata erit per G *h* *, ductis I H, *i h*, perpendicularibus ad G O; & differentia translationum erit H*h*; differentia autem translationum particularum vicinarum, eſt augmentum, aut diminutio, diſtantiæ inter has: in hoc caſu, in quo antecedens particula per minus ſpatium fuit translata, H *h*, aut I *m*, quam huic parallelam ponimus, eſt diminutio diſtantiæ, quæ ergo eſt E F minus I *m*. * 81. *s.*

Ratio quæ datur inter I *m* & E F eſt compoſita, ex ratione I *m* ad I *i*, & I *i* ad E F. Prima ratio eſt quæ datur inter I H & I C; propter ſimilia rectangula triangula I *m i*, I H C. Secunda ratio eſt eadem quæ datur inter I C & C E, ut patet. Ratio ex his compoſita eſt I H ad E C, aut A C.

Idcirco ſi ſemidiametro majoris circuli diſtantiam inter particulas, ante agitationem, deſignemus, H I repræſentabit diminutionem diſtantiæ, dum arcus G I tempus agitationis repræſentat *: ſimili demonſtratione conſtat, in reditu particularum, H L repræſentare augmentum diſtantiæ, ſi arcus O L tempus reditus repræſentat, id eſt, arcus G I O L tempus agitationis. * 82. *s.*

Si nunc concipiamus lineam P Q, parallelam G O, & quæ in P circulum majorem tangat; & continuetur H I in R; erit H R æqualis A C, ſubtractâ H I reſtat I R, quæ diſtantiam particulæ cum vicina deſignat, poſito tempore agitationis G I; ſi foret hoc G I O L diſtantia inter particulas eſſet

 RL,

R L, & diſtantiæ in momentis quibuſcunque deſignantur lineis parallelis lineæ P C, ab una parte lineâ Q P & ad aliam ſemicirculo G I O in itu, & O L G in reditu, terminatis.

Differentia inter duas diſtantias vicinas eſt *i m* aut *n l*, ſi I *i*, aut L *l*, ut ante deſignat momentum, de quo in n. 577. s. in quo caſu hæ lineolæ conſtantes ſunt: ſed cum ponamus particulas agitari, in itu & reditu, juxta legem corporis penduli, gravitate in cycloïde oſcillati, lineolæ ut *i m* aut *n l*, ſi I *i* aut L *l* fuerint conſtantes, deſignant vim accelerantem motum, dum
594. tempus agitationis deſignatur per G I, aut G I O L *: Ergo *vis accelerans*,
*83. s. *quæ in particulas ſingulas, in motu quem finximus, omnibus momentis agit, proportionalis eſt differentiæ inter diſtantias vicinas particularum*; ſi nempe vis hæc accelerans in eo cum gravitate conveniat, ut agat in particulam motam, ut
*73. s. in quieſcentem ageret *; quod obtinebit, ſi vis accelerans ab aëris elaſticitate pendeat, tunc enim cauſa movens cum ipſis particulis transfertur.

595. Ipſam autem hanc vim accelerantem revera in aëre locum habere demonſtramus. Vis, qua particulæ, quarum diſtantia deſignatur per I R, ſeſe mutuo repellunt, eſt ad vim qua a ſe invicem repelluntur particulæ, quarum
*432. diſtantia exprimitur per *i r*, ut $\frac{1}{RI}$ ad $\frac{1}{ri}$ *; & harum virium differentia eſt vis, qua particula media agitatur, quæ vis exprimitur per $\frac{1}{ri} - \frac{1}{RI} = \frac{RI - ri}{RI \times ri} = \frac{mi}{RI \times ri}$; dum vis, qua particulæ quieſcentes ſeſe mutuo fugiunt, quarum diſtantiam deſignat G Q, eſt $\frac{1}{GQ}$.

Sunt ergo vires hæ ut $\frac{mi}{RI \times ri}$ ad $\frac{1}{GQ}$, ſive ut $mi \times GQ$ ad $RI \times ri$; aut ad GQ^q; quia cùm circulus minor, reſpectu majoris, ſenſibilem magnitudinem non habeat, Q G, R I, *r i*, pro æqualibus ſine errore ſenſibili haberi poſſunt. Ultima ergo memorata ratio eſt, quæ datur inter *m i* & G Q; dividendo nempe utramque quantitatem per G Q, quo ratio inter has non mutatur. Si ergo per G Q deſignemus vim, qua particulæ quieſcentes ſeſe mutuo fugiunt, *i m*, id eſt differentia diſtantiarum vicinarum, vim accelerantem exprimet, quæ eſt ipſa quæ requiritur, ut ſingulæ particulæ juxta legem
*594. s. corporis in cycloide oſcillati agitentur *. Quod demonſtrandum erat.

596. Vis accelerans, quæ in aëris particulas agit, cum gravitate poteſt conferri, & celeritas undæ cum celeritate corporis cadentis, ut diximus in n. 499.

Quando corpus in cycloïde oſcillatum, hanc integram percurrit curvam, in punctis, a puncto medio viæ percurrendæ maximè remotis, toto ſuo pre-
*79. s. mitur pondere *; Idcirco, ut cum gravitate conferamus vim accelerantem motum particulæ, dum per G O it & redit, debemus cum pondere particulæ conferre vim, quæ in hanc agit in G, aut O, & hanc C verſus, premit.

Lineæ ut I *i* & *i m* in puncto G confunduntur; ideo poſitis A D & E F æqualibus, id eſt, poſitâ A D æquali diſtantiæ inter centra particularum quieſcentium, & ductâ D C ad centrum, G *g*, quæ æqualis eſt I *i*, exprimet

mot vim quæ in G particulam C verſus premit, dum G Q vim exprimit, qua particulæ quieſcentes ſeſe mutuo repellunt.

Ponamus Atmoſphæram, non mutatâ aëris quantitate, ubique ſupra locum, in quo unda movetur, eſſe ejuſdem denſitatis cum aëre in hoc loco, & ſit in hoc caſu altitudo Atmoſphæræ S V; ſit S *s*; æqualis A D, diſtantiæ inter centra duarum particularum vicinarum; S *s* eſt ad S V, ut unitas ad numerum particularum in *s* V; id eſt S *s* ad S V, ut pondus unius particulæ ad pondus quo particulæ S, *s*, ad ſe mutuo pelluntur, quod pondus valet vim qua elaſticitate particulæ hæ a ſe mutuo recedere conantur *. * 126.

Pondus autem unius particulæ eſt ad vim in G, de qua ſtatim locuti ſumus, in ratione compoſita ponderis unius particulæ ad vim elaſticam aëris quieſcentis; & hujus vis elaſticæ ad vim in G, id eſt in ratione compoſita S *s* ad S V, & Q G ad G *g*. Ultima hæc ratio componitur ex ratione Q G, aut A C, ad G C, & G C ad G *g*, quæ eadem eſt cum ratione A C ad A D aut S *s*. Idcirco ratio compoſita ex rationibus S *s* ad S V, & Q G ad G *g*, etiam componitur ex rationibus, S *s* ad S V, A C ad G C, & A C ad S *s*; quæ eſt ratio $Ss \times AC \times AC$ ad $SV \times GC \times Ss$, aut AC^{q}, ad $SV \times GC$; ſunt ergo in hac ratione, vis gravitatis cum vi qua particulæ in motu undulatorio agitantur; & qua vi ſi pendulum longitudinis C G loco gravitatis agitaretur, duas perageret vibrationes, in tempore in quo unda latitudinem ſuam percurrit; in hoc enim tempore particula it & redit *. * 485.

Ergo ſi aliud detur pendulum vi gravitatis agitatum & longitudinis S V, quadratum temporis in quo hoc duas peragit vibrationes, eſt ad quadratum temporis in quo unda latitudinem ſuam percurrit, in ratione compoſita directæ S V ad G C, & inverſæ AC^{q} ad $SV \times GC$ *, ex quibus componitur * 164. 165.
ratio SV^{q} ad AC^{q}. Idcirco ipſa tempora ſunt ut S V ad A C. Tempus autem, in quo pendulum, cujus longitudo eſt S V, duas peragit vibrationes, eſt æquale tempori, in quo corpus, celeritate, cadendo a ſemialtitune S V acquiſitâ, poteſt percurrere circumferentiam circuli, cujus ſemidiameter eſt S V *; quod tempus cum ſit ad tempus, in quo unda latitudinem * 134. 157. 85.
ſuam, id eſt, circumferentiam circuli, cujus ſemidiameter A C percurrit, ut S V eſt ad A C, in qua ratione ſunt ipſæ circumferentiæ, ſpatia percurſa ſunt tempora; ideo velocitates æquales *, & conſtat propoſitio in n. 1152. tradita.

SCHOLIUM 2.

De Soni Intenſitate.

VIdimus ſoni intenſitatem ſequi rationem compoſitam, ex ratione nume- 597.
ri particularum, certo tempore, in aurem incurrentium & ratione quadrati velocitatis qua incurrunt *. Rationes hæ nunc determinandæ ſunt. * 586.

Numerus particularum ſequitur rationem denſitatis aëris. Ut & rationem velocitatis undæ; quo enim hæc velocior eſt, eo idem numerus particularum breviori tempore in aurem agit, & eo major eſt numerus particula-

rum eodem tempore agentium. Etiam rationem ſpatii itu & reditu a particulis percurſi; quo enim hoc ſpatium majus eſt, eo particulæ à tympano magis remotæ in hoc incurrunt. Tandem rationem inverſam latitudinis undæ.

Quadratum velocitatis quo ſingulæ particulæ agunt, ſequitur rationem quadrati velocitatis undæ. Quadrati ſpatii itu & reditu percurſi. Tandem rationem inverſam quadrati latitudinis undæ,

598. *Quando velocitas undæ non mutatur ratio inverſa latitudinis undæ eſt ratio directa numeri undarum determinato tempore in aurem incurrentium*; poſitis undis æqualibus ſeſe mutuo inſequentibus, quales ſunt undæ, quæ ex continuata fibræ agitatione generantur.

Ratio compoſita ex memoratis omnibus eſt ratio compoſita ex ratione denſitatis, ratione cubi velocitatis, ratione cubi ſpatii itu & reditu percurſi, & ratione inverſa cubi latitudinis undæ.

Si ſeponamus accelerationem in n. 578.5. memoratam, (quæ non mutat velocitatem qua ſingulæ particulæ moventur, de qua in hiſce tantum agitur,) cubus velocitatis ſequitur rationem ſeſquiplicatam directam Elaſticitatis
* 494. & ſeſquiplicatam inverſam denſitatis *.

Duæ ergo primæ rationes memoratæ reducuntur ad rationem ſeſquiplicatam elaſticitatis & rationem inverſam ſubduplicatam denſitatis. Elaſticitas
* 126. autem eſt ut pondus comprimens *, quod ſequitur rationem altitudinis Mercurii in Tubo Torricelliano.

599. *Generaliter* ergo, *eſt ſoni intenſitas directe ut radix quadrata cubi altitudinis Mercurii in tubo Torricelliano, ut cubus ſpatii itu & reditu percurſi, & inverſè ut cubus latitudinis undæ, & ut radix quadrata denſitatis.*

F I N I S.

COR-

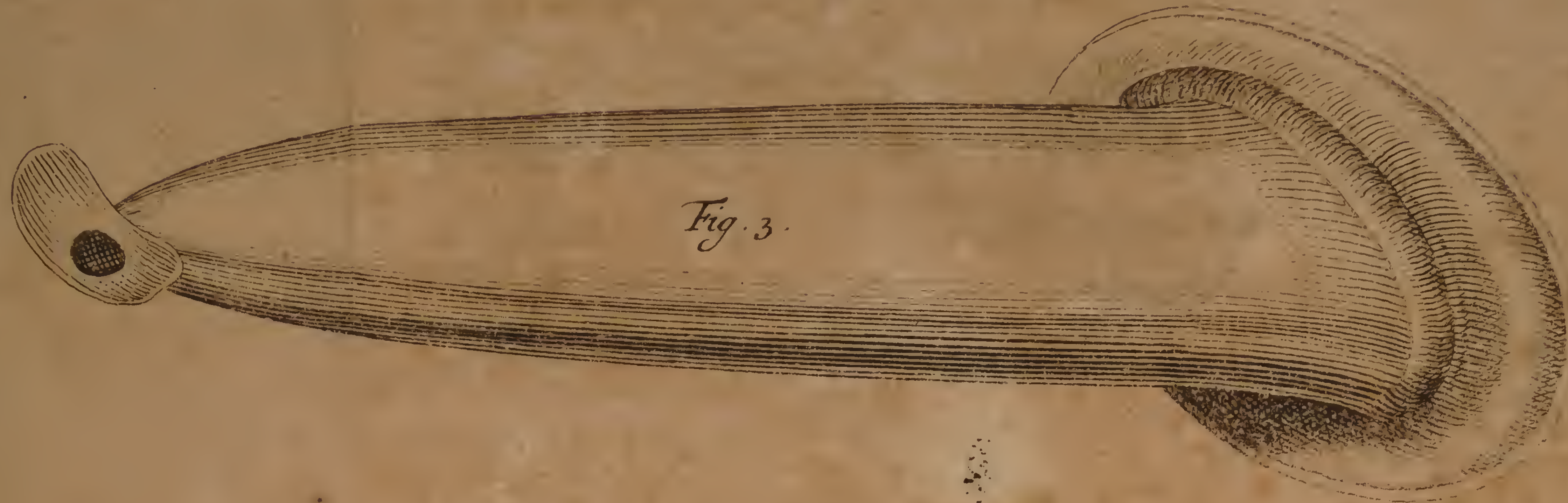
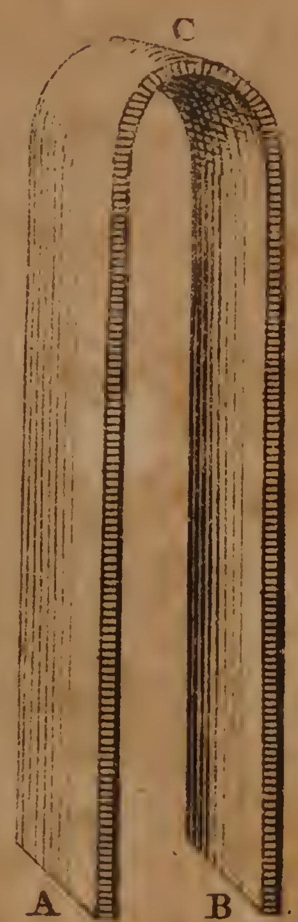


Fig. 1.



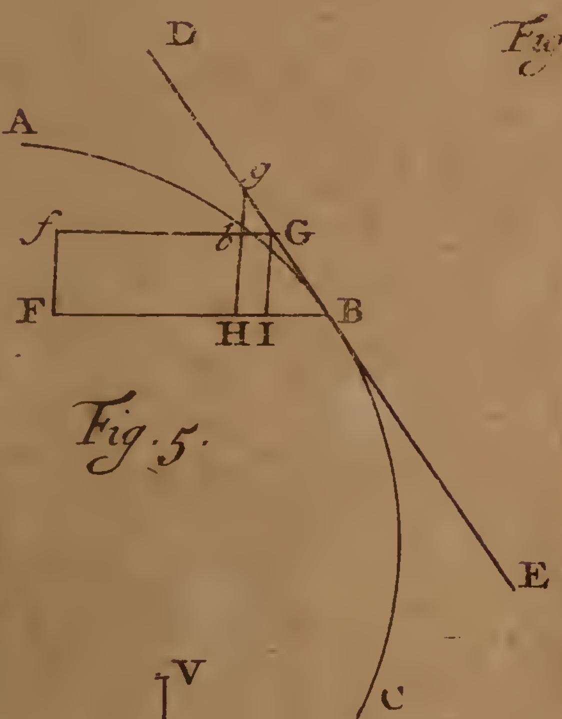


Fig. 5.



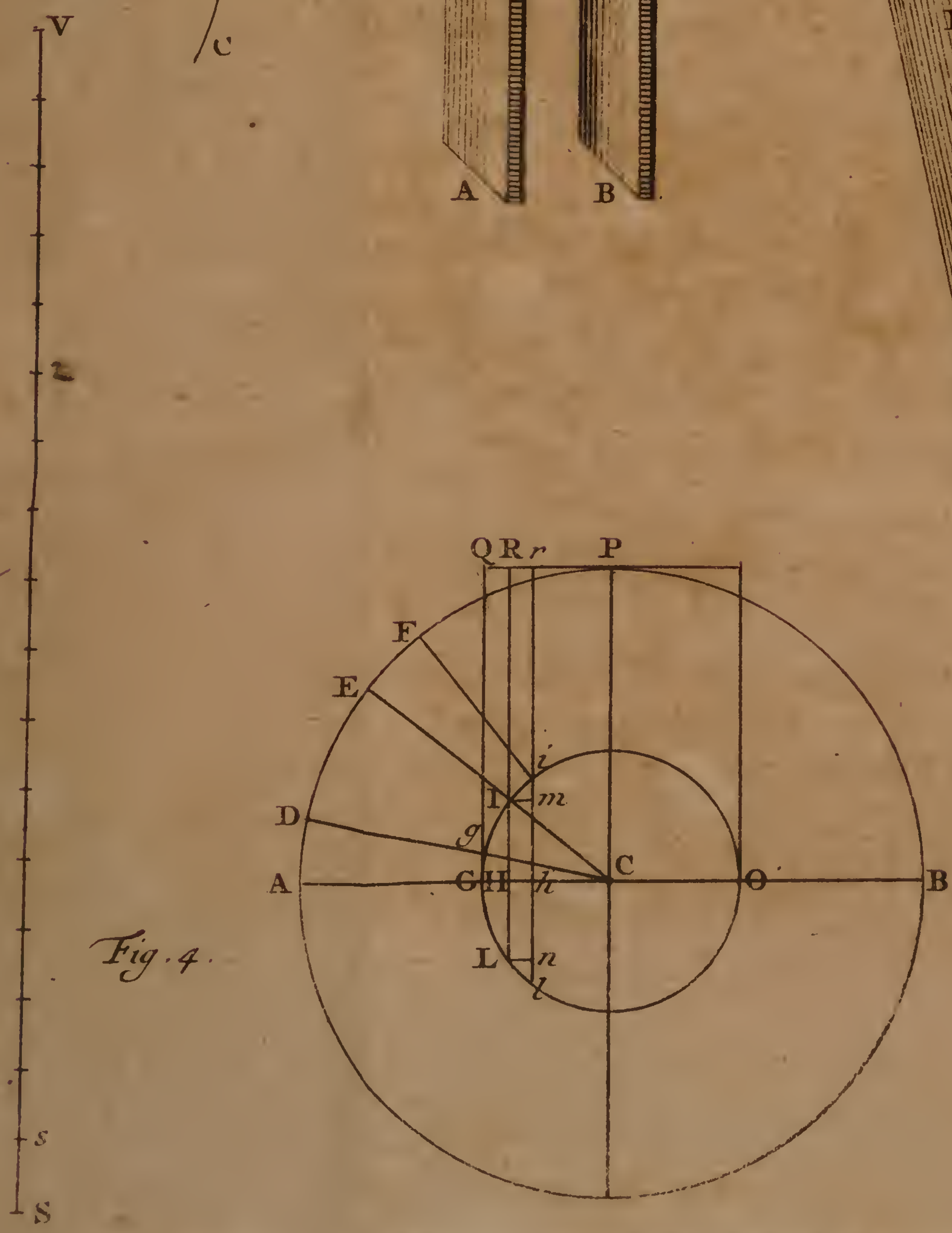


Fig. 4.

TAB. X

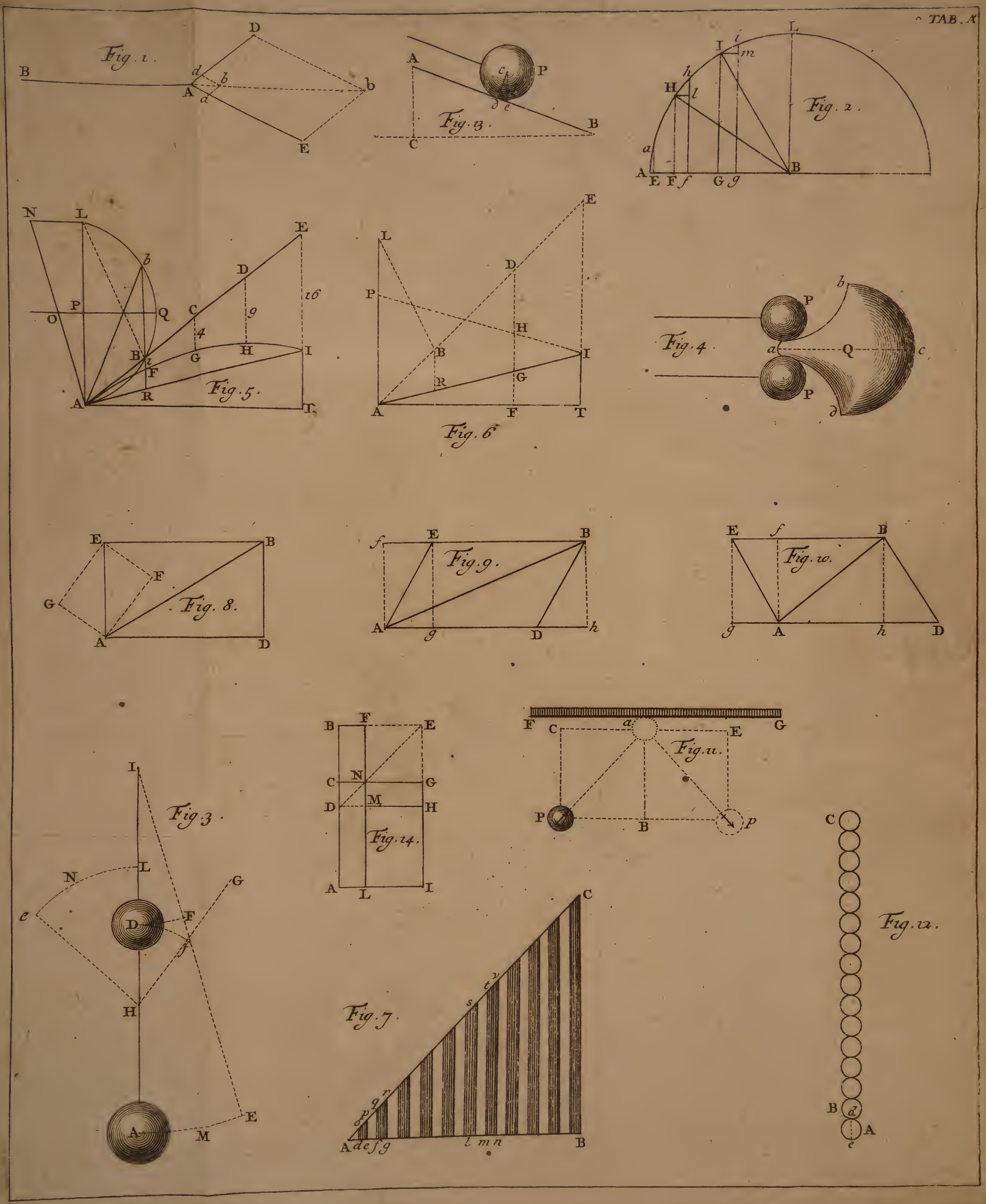


Fig. 1.
Fig. 13.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 6
Fig. 4
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 3
Fig. 14.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 7.

CORRIGENDA.

Pag.	lin.	dele	lege
30.	24.	continentur	continetur
31.	28.	ctio	ctitio
31.	11.	quorum	quarum
41.	*penult.*	*generatur.*	*generatur, aut deſtruitur.*
70.	3.	B+*b* A *a*	B *b*+A *a*
79.	3. *a fine*	CAPUT XXIV.	
110.	3. *a fine*	determinantur	determinamus
126.	4.	qui	quæ

IN MARGINE

Pag.	lin.	dele	lege
17.	30.		TAB. A fig. 13.
18.	17.	TAB. XII.	TAB. XII. *s.*
22.	13.	TAB. A.	TAB. XII. *s.*
104.	3. 12. 16. *ult.*		*s.*
115.	17.	fig. 11.	fig. 14.
151.	13. 24.	TAB. XXXV. *s.*	TAB. XXXVI. *s.*
167.	26.	TAB. XXVII. *s.*	TAB. XXVII.

A prima pag. ad nonam ubique pro TAB. I. lege TAB. I. *s.* & pro TAB. II. lege TAB. I.

Ordo juxta quem TABULÆ collocandæ ſunt

TAB. I.	Pag. 8	TAB XXV.	Pag. 110
TAB. VIII.	Pag. 16	TAB. XXXV.	Pag. 136
TAB. XII.	Pag. 26	TAB. XXXVI.	Pag. 146
TAB. XV.	Pag. 40	TAB. XXXVII.	Pag. 162
TAB. XVI.	Pag. 50	TAB. XL.	Pag. 168
TAB. XVIII.	Pag. 66	TAB. XLVII.	Pag. 174
TAB. XIX.	Pag. 68	TAB. A.	Pag. 174
TAB. XX.	Pag. 84		

FINIS.

PRI-

P R I V I L E G I E.

De Staaten van Holland ende Weſt-Vrieſland, doen te weeten, alſoo ons vertoont is by Pieter vander Aa, Boekverkooper tot Leyden, hoe dat hy Supplt. nu aldereerſt nieuw hadde gedrukt, Guilielmi Jacobi 's Graveſande Phyſices Elementa Mathematica, experimentis confirmata; ſive Introductio ad Philoſophiam Newtonianam, *in Quarto, cum figuris, het eerſte deel, ſynde het vervolg van het voorſz. werk by den ſupplt. meede tegenwoordigh onder de Pars, dog alſoo den Supplt. beducht was, dat eenige nydige, off baetſoekende Menſchen, 't ſy binnen off buytens Lands hem 't voorn. werk ſouden mogen koomen naa te drucken, waar door hy van alle ſyne groote koſten en arbeyd tot nu toe gedaan en nog te doen, ſoude verſteken ſyn, ſoo keerde den Supplt. ſig tot Ons, verſoekende Ons Octroy, om het voorn werk en vervolg voor den tyd van vyftien eerſt achter een volgende Jaren, alleen met ſecluſie van allen anderen hier te Lande te mogen drucken, uyt te geven, en te verkoopen in ſodanige taalen en formaten, als den Supplt. voor ſyn intreſt beſt oirbaar ſoude vinden, met expres verbod, waar by aan allen en eenen ygelycken buyten hem Supplt. off die ſyn actie off recht naarmaels mochten verkrygen, door Ons verboden wiert, het voorn. werk off vervolg van dien in eenigerhande taalen te drucken, naa te drucken, te doen naadrucken, uyt te geven, te verkopen, ofte verhandelen, in 't groot noch klein, in 't geheel noch ten deelen, noch met, noch ſonder Platen, noch onder pretext van vermeerdering, verbeteringh, veranderingh van naem, valſche tekens, ofte hoedanigh het ook genoemt ſoude mogen werden, ofte in eenigerhande taal off taalen buyten deſen Lande gedrukt werdende, deſelve niet te mogen inbrengen, te verhandelen, off te verkopen, alles telkens op verbeurte van alle de naagedrukte, ingebrachte, verhandelde off verkogte Exemplaren, ſo dikwils en menigmaal als deſelve ſouden werden achterhaelt, mitsgaders daar en boven een boete van drie duyſent guldens by Ons tegens de Contraventeurs te ſtellen.* SO IST, *dat Wy de ſaake, en verſoeck voorſz. overgemerkt hebbende, ende genegen weſende ter beede van den Supplt. uyt Onſe rechte wetenſchap, Souveraine maght, en authoriteyt den ſelven Supplt. geconſenteert, geaccordeert, ende geoctroyeert hebben, conſenteeren, accordeeren, en octroyeren hem mitsdeſen, dat hy geduyrende den tyd van vyftien eerſt achter een volgende Jaren het voorſz. werk genaemt* Guilielmi Jacobi 's Graveſande Phyſices Elementa Mathematica, experimentis confirmata; ſive Introductio ad Philoſophiam Newtonianam, *in Quarto cum figuris* met het vervolg van dien, *binnen den voorſz. Onſen Landen alleen ſal mogen drucken, doen drucken, uytgeven, en verkoopen, in ſodanige taalen en formaten, als den Supplt. voor ſyn intreſt beſt oirbaar ſal vinden, verbiedende daerom allen, ende een ygegelyken het ſelve Werk en Vervolg in eenigerhande taalen in 't geheel, ofte ten deelen naa te drucken, te doen naadrucken, te verhandelen, ofte te verkopen, ofte elders naergedrukt, binnen den ſelven Onſen Lande te brengen, uyt te geven, te verhandelen ofte te verkoopen, op verbeurte van alle de naagedruckte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaren, ende een boete van drie duyſent guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier, die de Calangie doen ſal, een derde part voor den Armen der plaatſe daer de caſus voorvallen ſal, en de reſterende derde part voor den Supplt. ende dit telkens ſoo menigmael als deſelve ſullen werden achterhaelt, alles in dien verſtande, dat Wy den Supplt. met deſen Onſen Octroye alleen willende gratificeeren tot verhoedinge van ſyne ſchade door het naadrucken van het voorſz. Werk of Vervolg, daar door in geenen deele verſtaen den inhoude van dien te authoriſeeren ofte te advoueeren, ende veel min het ſelve onder Onſe protectie ende beſcherminge eenigh meerder credit, aanſien ofte reputatie te geven, nemaar den Suppliant in cas daer in iets onbehoorlyks ſoude inſlueeren, alle het ſelve tot ſynen laſte ſal gehouden weſen te verantwoorden, tot dien eynde wel expreſſelyck begeerende. dat by aldien hy deſen Onſen Octroye voor het ſelve Werk ſal willen ſtellen, daar van geen geabbrevieerde oft gecontraheerde mentie ſal mogen maeken, nemaer gehouden ſal weſen het ſelve Octroy in 't geheel ende ſonder eenige Omiſſie daer voor te drucken, ofte te doen drucken, ende dat hy gehouden ſal ſyn een Exemplaer van het voorſz. werk gebonden en wel geconditioneert te brengen in de Bibliotheeck van Onſe Univerſiteyt tot Leyden, en daer van behoorlyk te doen blycken, alles op pœne van het effect van dien te verlieſen, ende ten eynde den Supplt. deſen Onſen Conſente en Octroye moge genieten als naer behooren, laſten Wy allen ende een ygelycken die 't aangaen mag, dat ſy den Supplt. van den inhoude van deſen doen laten ende gedogen, ruſtelyck, vredelyck ende volkomentlyk genieten ende gebruycken, ceſſerende alle beleth ter contrarie. Gedaen in den Hage onder Onſen Grooten Zegele hier aen doen hangen op den aghſten November in 't Jaer onſes Heeren en Zalighmakers ſeventien hondert en negentien.*

Was getekent,

A: HEINSIUS, vt

Ter Ordonnantie van de Staten,

SIMON van BEAUMONT.